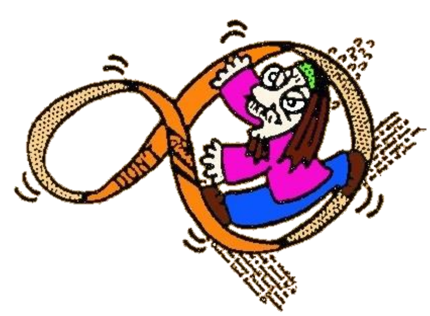
Bienvenidos al Museo de la Experiencia Matemática en Santo Domingo!

¿Recuerdas cómo aprendiste matemáticas? ¿Estás cansado de escuchar hechos, procedimientos y explicaciones? ¿Te cansa que siempre se te pida que imagines dentro de tu cabeza, con muy poca ayuda visual? ¡Es inevitable hartarse de que se espere que pienses cuando lo que quieres en realidad es la experiencia real de las cosas!

¿Te gustaría recibir una receta cuando lo único que quieres es disfrutar de un pastel? ¿Quieres leer notas musicales cuando lo único que necesitas es escuchar una canción de cuna que se toca con un violín? Asimismo, ¿quién se convencería de que las matemáticas son hermosas si solo se presentan como “x” y “y”? No todos los días aparecen personas que puedan ser persuadidas de apreciar la belleza de las matemáticas a través de meras fórmulas. Después de todo, estas fórmulas que tenemos hoy son producto de matemáticas antiguas muy concretas y prácticas.

¡Ven y únete a nosotros mientras volvemos a las raíces y conceptos fundamentales de las matemáticas! Esta vez, hemos preparado diferentes modelos y aparatos para que todos tus sentidos experimenten las matemáticas mientras tu mente piensa. ¡Mira por tus propios ojos y toca con sus propias manos por qué las matemáticas son como un juego a ser explorado y disfrutado! Los invitamos a un mundo de maravillas y emociones mientras exploran los juguetes matemáticos en este museo de experiencia matemática. Está diseñado para que tú y tus amigos compartan el encanto y el esplendor de las matemáticas.



Agradecimientos

Estoy encantado de que el Museo de las Matemáticas se construya en Santo Domingo, República Dominicana en 2017. Permítanme expresar mi humilde gratitud a todas aquellas personas e instituciones que nos han ayudado en el camino.

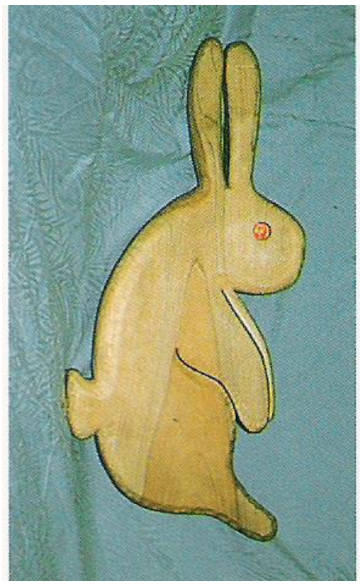
El plan para establecer el Museo de las Matemáticas fue realizado por primera vez por los Embajadores Hiroyuki Makiuchi y Héctor Domínguez. Si no fuera por su entusiasmo y ayuda, este museo de matemáticas podría no haber llegado tan lejos. Es nuestro sueño que los niños (y adultos) dominicanos puedan disfrutar de la ciencia y las matemáticas. Este sueño ahora se ha vuelto realidad.

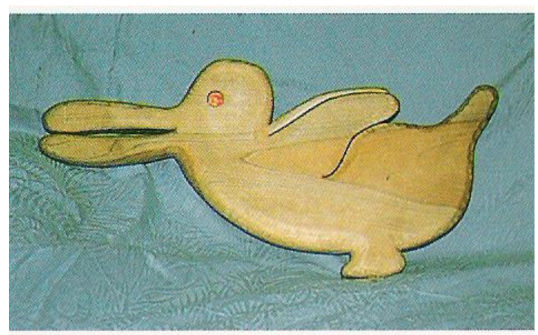
Este Museo de las Matemáticas tampoco sería posible sin el generoso apoyo del Ministerio de Asuntos Exteriores del Japón; el Ministerio de Educación Superior, Ciencia y Tecnología, MESCyT; la Agencia de Cooperación Internacional de Japón, JICA; el Instituto Dominicano de las Telecomunicaciones, INDOTEL, a través del Centro Cultural de las Telecomunicaciones Ing. Álvaro Nadal Pastor y la Universidad de Ciencias de Tokio.

Contenido

A: Matemática Elemental

A-1 Es esto un conejo o un pato?

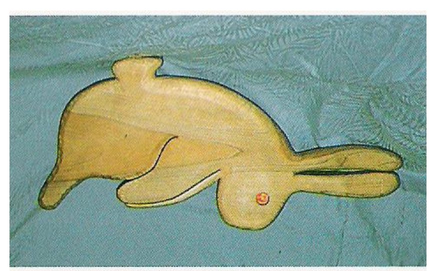




¿Qué crees que estás viendo en la imagen de la izquierda? ¿Un conejo?

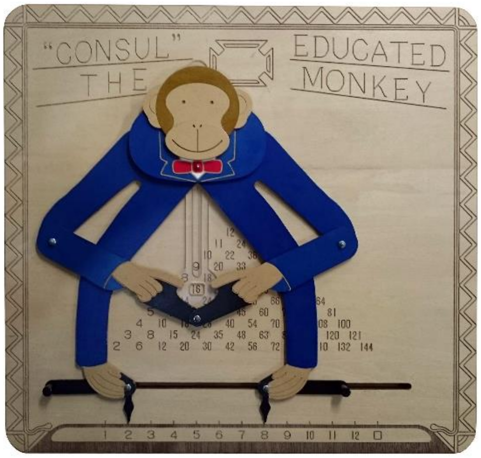
¡No! En realidad es un pato! Mira la imagen de la derecha.

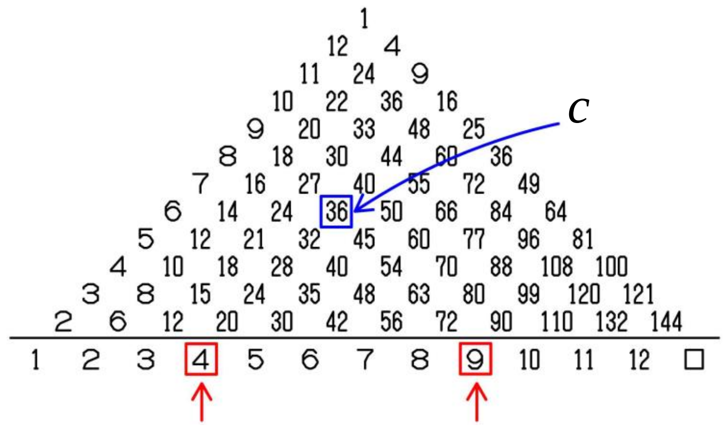
Pero, ¿qué pasa si rotamos la imagen?



¡Ahora es un conejo dormido!
Aquí, la forma no cambió sino nuestra perspectiva de la imagen.

A-2 Cónsul: el mono educado





"Cónsul: El mono educado” fue originalmente un juguete educacional y es uno de los primeros instrumentos matemáticos que fueron patentados y reproducidos por William Robertson en Belmont, Ohio en 1916.

Entonces porqué se le llamó Cónsul al mono? Se cree que este juguete recibió el nombre del mono que protagonizó la película de 1909 “Cónsul cruza el Atlántico” producida por Charles Urban Trading Company. El mono Cónsul fue admirado por sus habilidades de actuación y se convirtió en un nombre familiar en Europa. Eventualmente, fue invitado a visitar los Estados Unidos para la promoción de la película.

Cónsul, el mono educado, da el producto de dos números enteros menores de 13. Sus pies se colocan en dos números listados a lo largo de la hoja: estos son los factores. Supongamos que desea conocer el producto de 2 y 8, en ese caso debe colocar un pie en el 2 y el otro en el 8. Entonces el producto, 16 en este caso, aparecerá entre sus manos, o sus dedos se moverán para señalarlo. Digamos que desea multiplicar un número por sí mismo, por ejemplo 11 veces 11, entonces un pie debe colocarse sobre 11 y el otro sobre el cuadrado en el extreme derecho. Lo verás apuntando a 121.

Cónsul y los números se dibujan para formar triángulos isósceles correctos allí donde está el truco de magia. Las piernas y los brazos de Cónsul se mueven para que responda a su pregunta de multiplicación hasta el número entero 12.

A-3 La Torre 9-por-9

9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
×	1	2	3	4	5	6	7	8	9

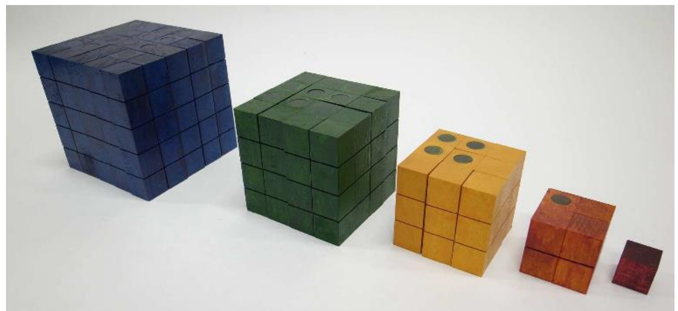
Las tablas de multiplicación que se encuentran en las escuelas generalmente, si no siempre, tienen una tabla donde la columna de la izquierda y la última fila contienen los números que queremos multiplicar. La intersección da el producto resultante. Además de eso, hay quienes exploran las propiedades de los números a lo largo de sus filas y columnas. Pero para algunos, estos son números que son simplemente difíciles de comprender.

Esta Torre de Multiplicación (9-by-9) es una representación poco convencional de la tabla de multiplicación con la cual todos estamos familiarizados. Está compuesta por cubos unitarios que representan los números asociados con una ecuación de multiplicación. Se construye apilando los cubos que representan ecuaciones de multiplicación concretas sin dejar de adherirse a su naturaleza aditiva (por ej. 9 por 9 se crea apilando 9 grupos de 9 cubos, es decir 9+9+9+9+9+9+9+9+9 produciendo la pila más alta). Esta torre de multiplicación tridimensional también muestra escalones unitarios, escalones dobles, escalones triples, etc.; por lo tanto, las brechas y relaciones entre los números se representan de manera más realista.

La torre de multiplicación también contiene muchas propiedades subyacentes muy interesantes. Los escalones diagonales son secuencia aritméticas con una cantidad constante tangible. La altura de los escalones también es proporcional (contrario a la representación en tabla) por tanto puede utilizarse para discutir problemas de distancia. El plano creado por los cuadrados perfectos divide la torre en dos partes simétricas, reduciendo los problemas de memorización. También reitera la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Hay otros patrones matemáticos ocultos en la torre. ¿Puedes encontrarlos?

A-4 Suma de los números cúbicos



Para cada número entero n, la siguiente fórmula es verdadera;

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2$$

Es decir,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

Pero, ¿cómo podemos explicar de una forma más gráfica que esta fórmula realmente se mantiene?

Aquí hay un cuadrado 5×5 más grande, donde cada cuadrado está marcado con un número (Fig. 1). Encima de cada cuadrado más pequeño, los bloques de unidades se apilan para corresponderse con el número escrito en él. Por ejemplo, hay un bloque unitario en el cuadrado rojo, dos bloques unitarios en cada uno de los cuadrados naranja con el número 2 y así sucesivamente. De esta manera, se obtiene la Figura 2.

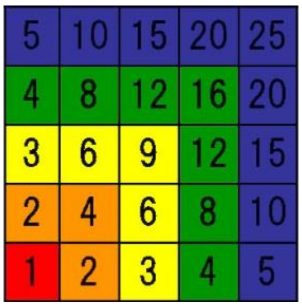


Fig. 1

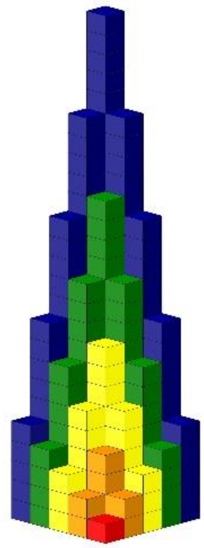


Fig. 2

Esta torre de bloques que se muestra en la Fig. 2 representa la fórmula cuando $n = 5$, es decir

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2$$

Pero, ¿cómo podemos explicar que esta fórmula se cumple? ¿Simplemente contamos? No. Lo verificaremos elegantemente usando la torre. La habilidad es mirar esta torre desde dos puntos de vista diferentes. Calculemos la cantidad de bloques de la torre de dos maneras diferentes.

(1) La torre se puede descomponer en 5 clases de colores: rojo, naranja, amarillo, verde y azul como se ve en la Fig. 3. También podemos ver que cada clase a continuación es en realidad un número cúbico.

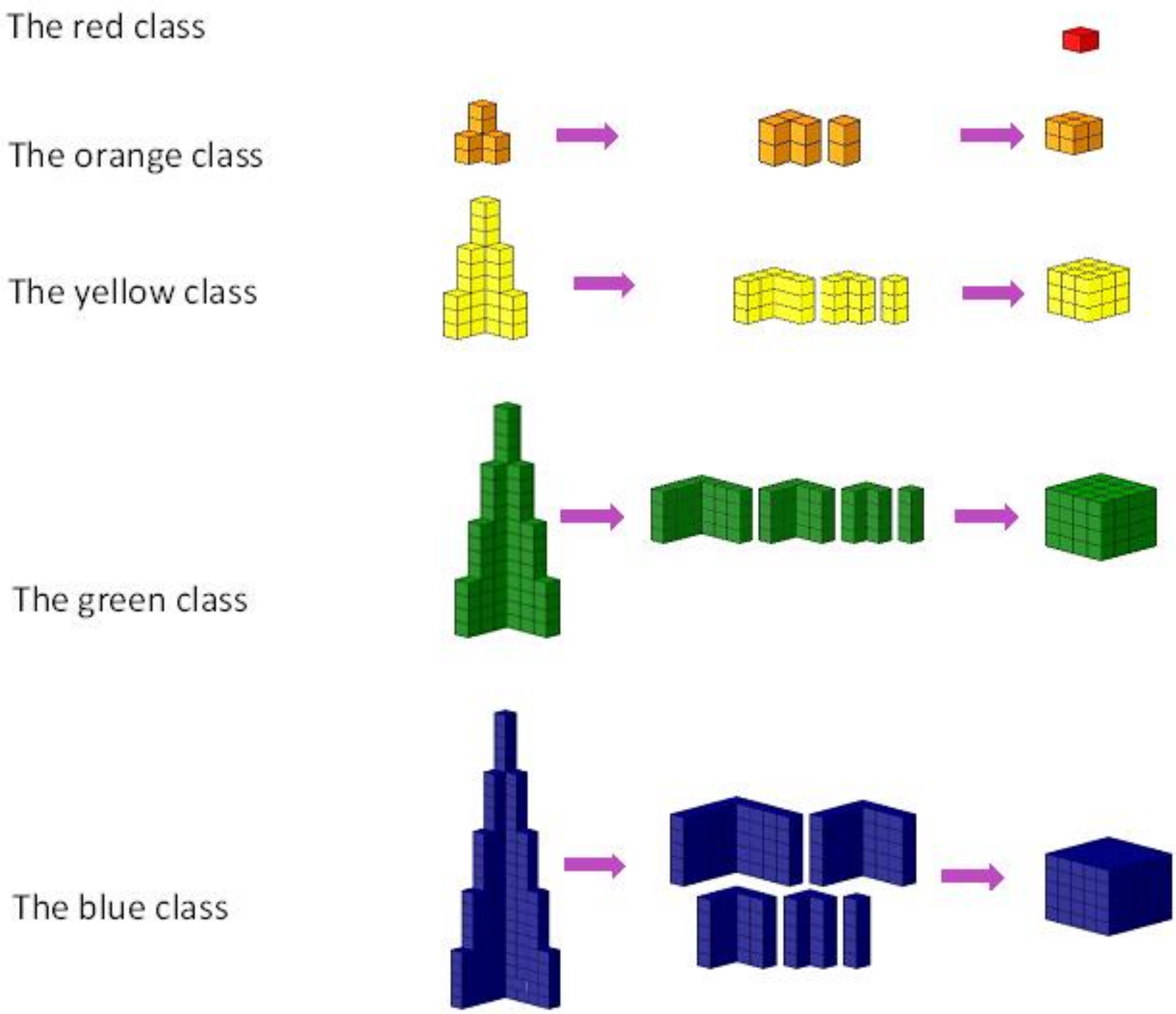


Fig. 3

Entonces, el número de bloques en la torre es

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 \quad ———— (1)$$

(2) La otra forma es dividir la torre en 5 capas y contar el número de bloques en cada una más tarde. Luego exclúyelo. ¡Así, obtenemos la tabla de la siguiente manera!

La 5^{ta} capa	5	10	15	20	25	$= 5(1+2+3+4+5)$
La 4^{ta} capa	4	8	12	16	20	$= 4(1+2+3+4+5)$
La 3^{ra} capa	3	6	9	12	15	$= 3(1+2+3+4+5)$
La 2^{da} capa	2	4	6	8	10	$= 2(1+2+3+4+5)$
La 1^{ra} capa	1	2	3	4	5	$= 1(1+2+3+4+5)$

El número total de bloques en la torre es la suma de los números de bloques en cada capa y entonces es

$$(1+2+3+4+5)^2 = \left(\sum_{k=1}^{5} k\right)^2 \cdots\cdots \quad (2)$$

Considerando que tanto (1) y (2) representan el número total de bloques en la torre, entonces la siguiente ecuación es verdadera;

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1+2+3+4+5)^2$$

De la misma forma como tenemos la siguiente formula general:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2$$

A-5 Cinco ruedas de engranaje

Haciendo girar las ruedas continuamente

- Cuántas rotaciones hay? --

Cinco ruedas dentadas, cada una con un número diferente de engranajes, están dispuestas de modo que se engranen entre sí. El número de engranajes de cada rueda está escrito en cada uno de ellos. Deja que la rueda dentada con n engranajes se denomine **n-rueda dentada**. Trata de pensar cuántas rotaciones ocurren cuando estas ruedas dentadas engranan entre sí.

¿Cuántas rotaciones hará la rueda de 12 engranajes que se encuentra en la esquina superior derecha de la figura anterior cuando la rueda de 24 engranajes de la izquierda hace una rotación completa?

Solución

¿Necesitas realmente considerar cuántas rotaciones harán las ruedas de 16, 20 y 30 engranajes? Algunos pueden tratar de resolver el problema tomando en consideración las primeras tres ruedas de engranaje antes de considerar realmente la rotación de la rueda de 12 engranajes. Esto es posible, por supuesto; pero también puede ser una pérdida de tiempo. Una solución más elegante es considerar directamente las rotaciones de la rueda de 12 engranajes, porque cada una de las anteriores simplemente contribuirá a su rotación. Por lo tanto, si la rueda de 24 engranajes hace una rotación completa con 24 dientes, entonces una rueda de 12 engranajes gira por completo (24 dientes divididos entre 12 dientes) 2 veces. ¡Fácil, ¿Verdad?

A-6 Suma de números cuadrados

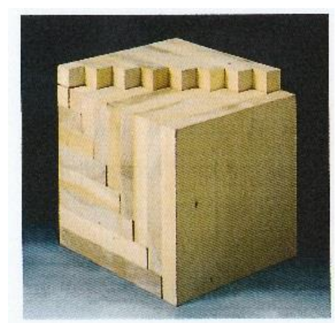
Mira esta fórmula:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

¿Cómo te hace sentir la fórmula de más arriba? ¿Te causó un poco de grima o te gustó? En realidad esta es una fórmula simple que puede ser demostrada por los bloques que aparecen más abajo.

(a)

(b)



(c)

(d)

Vamos a demonstrar la formula con $n = 8$; pero el procedimiento sería aplicable para cualquier n. Comenzaríamos con (a) y terminaríamos con (d).

1. Comienza con una pirámide tal y como se muestra en (a). El bloque más alto representa 1^2, los bloques en el segundo nivel siguiente representan 2^2, los bloques en el tercer nivel representan 3^2, y así sucesivamente hasta llegar a n^2 (es decir, $n = 8$ en este caso). El objetivo final es crear el bloque (d) cuyas dimensiones son $n, n+1, 2n+1$.
2. Toma 6 copias de la pirámide (a).
3. Combina las dos piezas de (a) para formar (b). Asegúrate de que no queden huecos.
4. Agrega otro (a) a (b) para formar (c).

5. Entonces, una copia reflexiva de la configuración (c) se combina con (c) para formar (d). Ahora, (d) tiene seis piezas de (a) con una dimensión de $n, n+1, 2n+1$. Así, el volumen de (d) es,

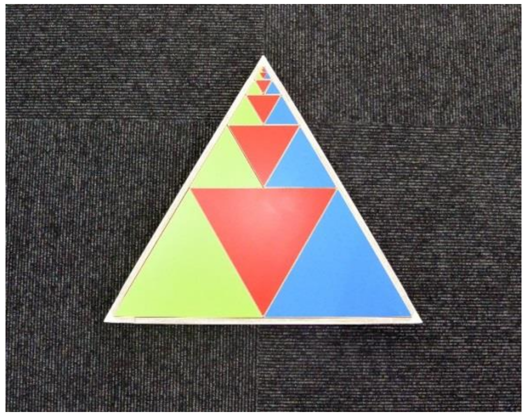
$$6(1^2 + 2^2 + \cdots + 8^2) = (8)(8+1)(2 \times 8 + 1)$$

Y para cualquier n, la fórmula se mantiene,

$$6(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2) = (n)(n+1)(2n+1)$$

Esta construcción fue introducida por primera vez por un matemático chino, Yang Hui, en el siglo 13.

A-7 La suma de Series Geométricas



Es un trabajo que puede ser confirmado, que la suma de una serie geométrica con proporción 1/4

$$1/_4 + \left(1/_4\right)^2 + \left(1/_4\right)^3 \cdots = 1/_3$$ es verdadera.

Un marco de madera triangular equilátero T está configurado con muchos triángulos equiláteros de tres colores, rojo, naranja y azul.

Cuando el área de T es 1, el área roja es de

$1/_4,\ \left(1/_4\right)^2, \left(1/_4\right)^3 \cdots$ en orden desde un orden mayor.

El triángulo equilátero rojo, naranja y azul es igual.

Cuando sumamos el área de los tres colores, todos los triángulos equiláteros se vuelven:

$$(\acute{a}rea\ of\ T)1 = 3 \times \left\{1/_4 + \left(1/_4\right)^2 + \left(1/_4\right)^3 \cdots\right\}$$

De esta manera,

$$1/_4 + \left(1/_4\right)^2 + \left(1/_4\right)^3 \cdots = 1/_3$$

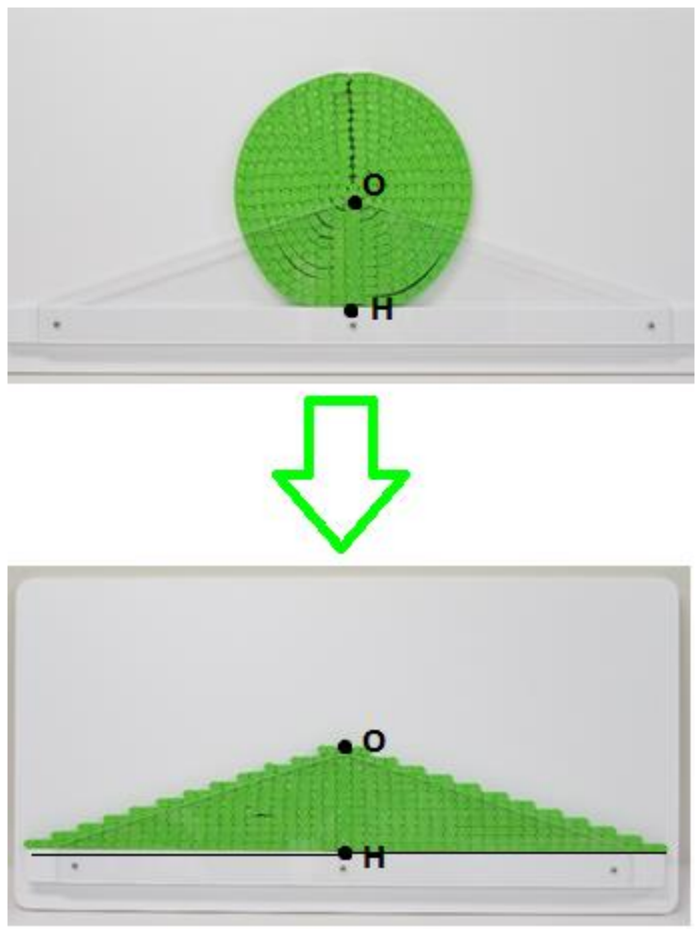
B: Área y Volumen

B-1 Área de un Círculo

Transformación de un Círculo en un Triángulo:

Este modelo del área de un círculo se dice que fue introducido por el matemático italiano, Torricelli, en el siglo 17. Podemos pensar en el círculo como un corte transversal de un pastel, “baumkuchen”.

Digamos que O es el centro el círculo. Como en el caso del baumkuchen, el círculo está dividido en anillos anulares alrededor de O. El círculo se corta a lo largo del radio (como se ve a la derecha) y luego se abre para formar la figura que aparece más abajo. Cada anillo anular es paralelo a la línea tangente al círculo en el punto H.

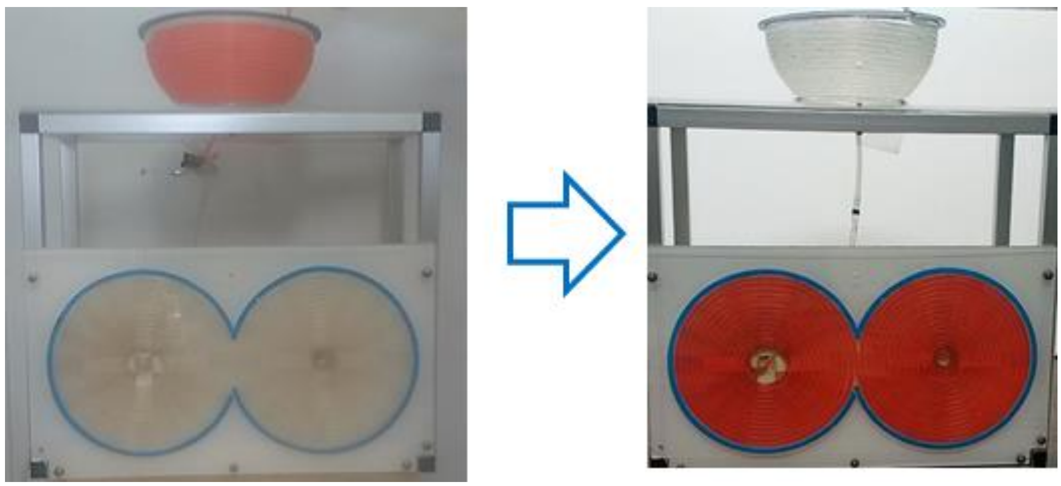


Los anillos anulares ahora se aproximan a un triángulo isósceles con una altura r (radio del círculo) y una base de πr (circunferencia del círculo).

Entonces, el área de un círculo con radio r es πr2.

B-2 Área de la superficie de una esfera

¿Recuerdas la fórmula para el área de la superficie de una esfera?



Este dispositivo demuestra el área de la superficie de una esfera. Consiste en tres tubos de manguera transparente formados en un hemisferio y dos círculos congruentes, y un líquido coloreado (rojo). Las tres figuras geométricas tienen los mismos radios, digamos r. Usando este dispositivo que se aproxima al área de la superficie, obtenemos:

Área de la superficie del hemisferio = 2 × (área del círculo), o

Área de la superficie de una esfera = 4 × (área del círculo) = $4\pi r^2$.

B-3 Volumen de una esfera

¿Recuerdas la fórmula del volumen de una esfera? Este modelo lo demuestra usando una dulce y jugosa sandía.

El volumen de una esfera se puede aproximar empacando la esfera con conos cuyas alturas son iguales al radio r de la esfera. Este dispositivo similar a una sandía se basa en esta idea. Así:

$$\text{Volumen de una esfera} = (\text{suma de todos los conos})$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \sum \frac{1}{3} \times (altura\ del\ cono) \times (base\ del\ cono)$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{1}{3} \times r \times \sum (base\ del\ \acute{a}rea\ del\ cono)$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{1}{3} \times r \times (\text{área de la superficie de la esfera})$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{1}{3} \times r \times 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

B-4 Área por Integración

(a)

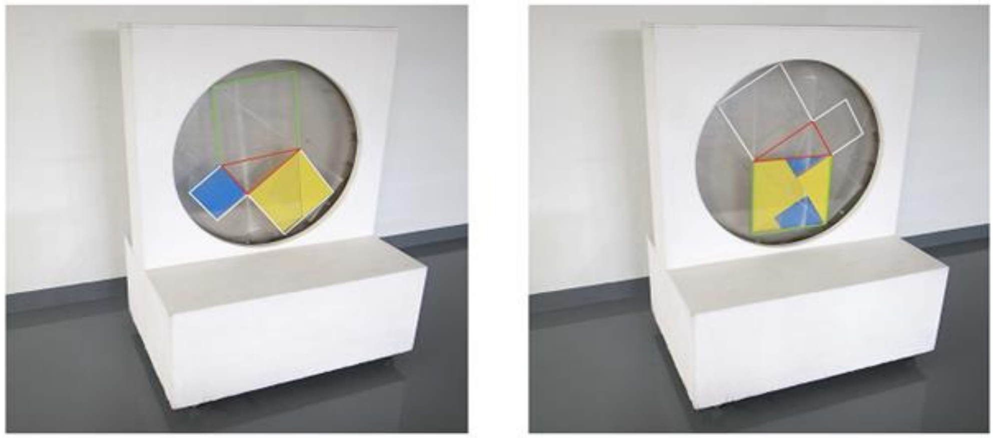
(b)

Este dispositivo se usa para ilustrar cómo se obtienen las áreas por integración. En particular, esto dará una aproximación del área entre una curva y el eje x. Este dispositivo consta de diez jeringas de diámetro 1 dispuestas en una fila (Ilustración a). Cada uno está conectado a la jeringa más grande de la derecha, de modo que cualquier desplazamiento de aire en cada jeringa pequeña se canaliza a la jeringa más grande. La jeringa más grande mostrará el volumen del aire desplazado.

El área bajo consideración está representada en reversa por un marco y 10 pistones de la altura apropiada. Los émbolos están alineados con las jeringas (Ilustración b). Como cada jeringa es de diámetro 1, el desplazamiento total medido en la jeringa grande es una aproximación del área deseada.

C: Teorema de Pitágoras

C-1 Modelo Rotativo de Pitágoras



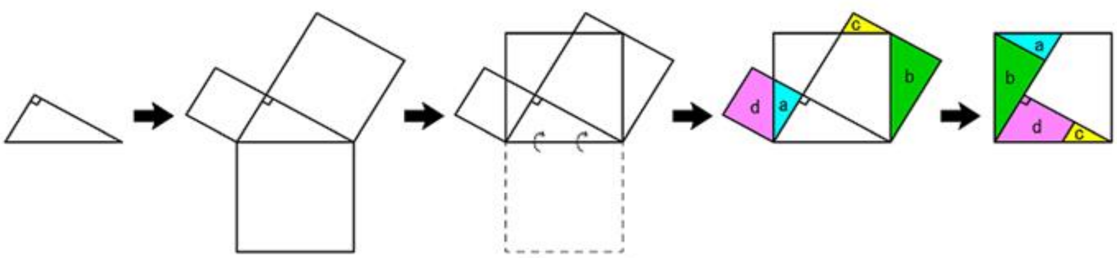


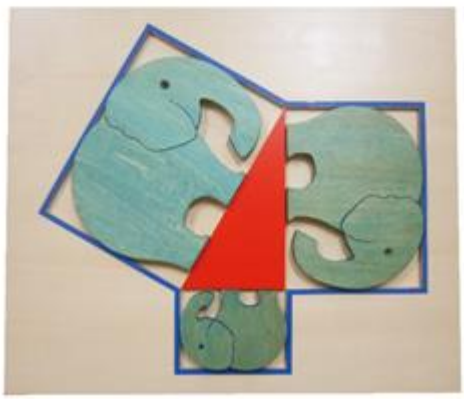
Figure 1

Este modelo ofrece una ilustración visual del Teorema de Pitágoras. Presenta tres contenedores finos con secciones transversales cuadradas sobre una base circular. Las dimensiones de los cuadrados son longitudes exactas, como lo determina el teorema. Inicialmente, los contenedores pequeños poseen pedazos de plástico (con colores). A medida que la base circular rota, los pedazos de plástico de los contenedores más pequeños van cayendo en los contenedores grandes - ocupando el espacio dentro de estos completamente.

La figura 1 muestra cómo determinar la forma de los pedazos de plástico necesarios para el modelo de rotación.

C-2 Teorema de Pitágoras y La Familia de Elefantes

Cuando las personas escuchan “Teorema de Pitágoras”, visualizan tan solo un triángulo rectángulo con tres cuadrados adheridos a sus lados. Esta es la representación gráfica más común del teorema, en la que el área del cuadrado más grande es igual a la suma de las áreas de los otros dos cuadrados. Sin embargo, ¿es posible utilizar una figura más interesante que la de un cuadrado?



Familia de Elefantes de Pitágoras (Padre, Madre y Bebé elefante

Aquí observamos a una familia de elefantes y cómo se relacionan con el Teorema de Pitágoras.

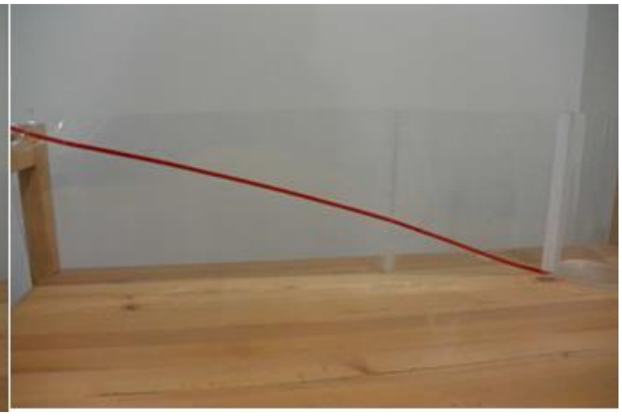
Tenemos al padre (c), madre (b) y el elefante bebé (a).

Su proporción es c:b: a, donde c > b > a.

El grosor y la densidad de los elefantes son los mismos, por lo que la proporcionalidad de sus áreas también es c^2: b^2: a^2.

Usando una balanza, colocamos al padre en una esquina y en la opuesta a la madre junto con el bebé. ¿Ves lo que sucede? Esta es la Familia de Elefantes de Pitágoras.

C-3 Longitud de una Espiral

Este modelo muestra el concepto de estirar una espiral.

Si una espiral se enrolla en un cilindro circular, con una pendiente constante, ¿cómo podemos obtener el valor de su longitud?

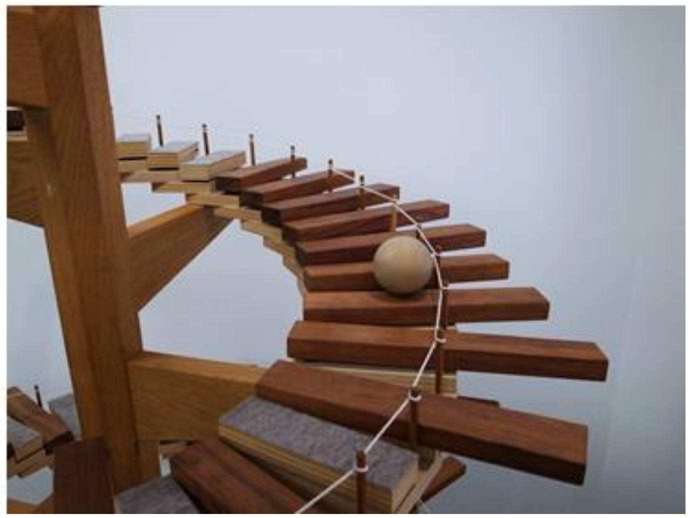
Piensa en desenrollar un lado del cilindro: la espiral se deshace y se convierte en un segmento de línea recta. Por lo tanto, la longitud ℓ de la espiral, enrollada *n* veces alrededor del cilindro circular con radio de base *r* y altura *h*, coincide con la longitud de la diagonal de un rectángulo de tamaño $2\pi rn \times h$, que es

$$\ell = \sqrt{(2\pi rn)^2 + h^2}$$

por el Teorema de Pitágoras. Un análisis similar nos arroja la longitud de una planta trepadora enrollada en espiral alrededor del tronco de un árbol.

D: La Música y las Matemáticas

D-1 Xilófono Espiral



Este es un **xilófono en espiral**.

Puede hacer música de manera automática con una pelota que ruede sobre sus tablas. A medida que la longitud de las tablas cambia, la frecuencia del sonido que se produce también lo hace. Este modelo toca las notas:

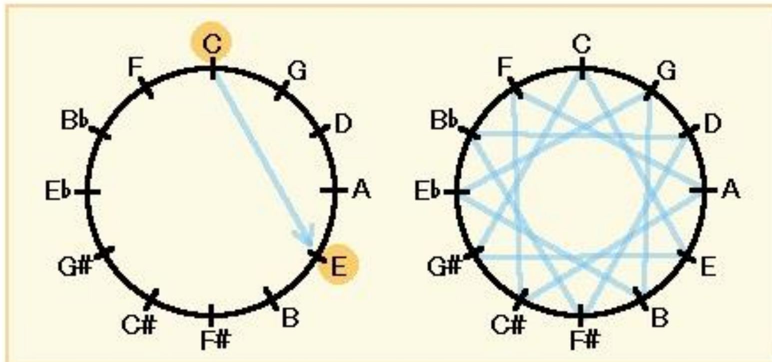
C, $C^{\#}$, D, $D^{\#}$ y demás.

Las tablas están puestas en espiral, formando también una partitura musical.

El paro de la pelota se genera colocando papel fieltro en las tablas correspondientes. Así, haciendo rodar una bola a través del xilófono en espiral se produce música como en un instrumento -- solo que en este caso es automático.

D-2 Marcador de Hipocicloide

---Círculo de Quintas---



La ubicación de un punto en la circunferencia de un círculo que rota dentro de otro círculo, es una curva llamada **hipocicloide.**

El artefacto que se muestra en la imagen de la izquierda, le permite dibujar hipocicloides. Se fija un lapicero en un punto cualquiera de la circunferencia del círculo pequeño, haciéndolo girar suavemente sobre la circunferencia del círculo mayor. A medida que el radio del círculo menor varia, el lapicero traza una curva distinta.

Por ejemplo, cuando la proporción del radio del círculo más grande con el más pequeño es de 3:1, la curva que resulta es llamada **deltoide.**

Cuando la razón de los radios es 4:1, la curva que emerge es llamada **asteroide.**

Si la razón de los radios es de 12:5, entonces se crea lo que se ve en la imagen a la derecha, llamado “Círculo de Quintas” o “Tercera Mayor”.

Intenta con una proporción de 2:1. ¿Qué obtuviste? ¡Sorpresa!

E: Matemáticas en la Naturaleza

E-1 Números de Fibonacci en la Naturaleza

(a) (b) (c) (d)

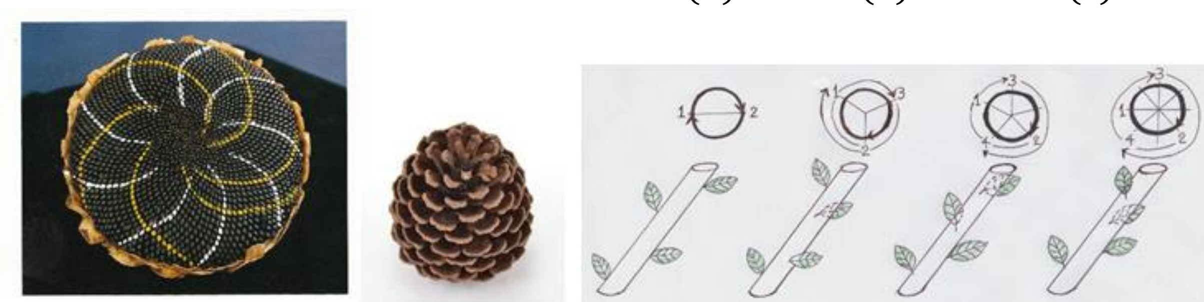


Figura 1

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144…

¿Sabes cómo encontrar los números que siguen?

Esta secuencia empieza en 1, y es sucedida por otro 1; cada uno de los números que siguen son obtenidos con la suma de los dos números que preceden.

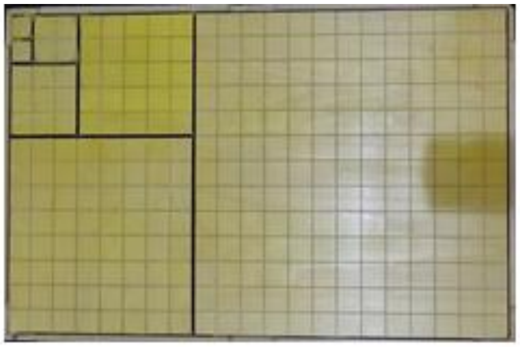
Esto es:

1,	1,	2,	3,	5,	8,	13,	21,	34,	55,	89,	144, …..
		⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
		1+1	1+2	2+3	3+5	5+8	8+13	13+21	21+34	34+55	55+89

Los números de esta secuencia son llamados **números de Fibonacci**. La secuencia de números de Fibonacci se puede apreciar en la naturaleza, p.ej. en las semillas de girasol, conos de pino y demás. También va más allá de ser un simple conteo. Las plantas poseen una manera interesante de representar a los números de Fibonacci. Si observamos cómo brotan las hojas de los árboles, notamos que lo hacen diferentemente, atendiendo al tipo de árbol. Por ejemplo, las hojas del olmo crecen cada $\frac{1}{2}$ rotación (Fig. 1-(a)).

Por otro lado, las hojas de la haya, brotan al tercio de una rotación (Fig. 1-(b)). Las hojas de robles y árboles del albaricoque, peras y álamos, maduran cada $\frac{3}{5}$ de una rotación y $\frac{5}{8}$ de una rotación, respectivamente (Fig. 1-(c), (d)). Nota que los numeradores y denominadores de las fracciones pertenecen a los números de Fibonacci. Esto es: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$.

E-2 Suma Cuadrada de Números de Fibonacci



1,	1,	2,	3,	5,	8,	13,	21,	34,	55,	89,	144,	…..
⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	
f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	

Esta es una secuencia de números de Fibonacci. En esta secuencia, se cumplen las siguientes relaciones:

$1^2 + 1^2 = 1 \times 2$ i.e. $f_1^2 + f_2^2 = f_2 \times f_3$

$1^2 + 1^2 + 2^2 = 2 \times 3$ i.e. $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 = f_3 \times f_4$

$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 3 \times 5$ i.e. $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = f_4 \times f_5$

$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 5 \times 8$ i.e. $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 = f_5 \times f_6$

$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 8 \times 13$ i.e. $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 = f_6 \times f_7$

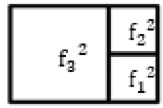
En general, $\boxed{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + \cdots + f_n^2 = f_n \times f_{n+1}}$

Entonces, ¿cómo se ve esto?

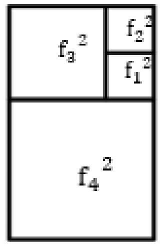
Interpreta esta relación (ecuación) usando cuadrados, cuyos lados tienen como valor números de Fibonacci.

Ordénalos para formar un rectángulo, como se muestra en la Fig.1; considera al área de cada rectángulo (Fig.1).

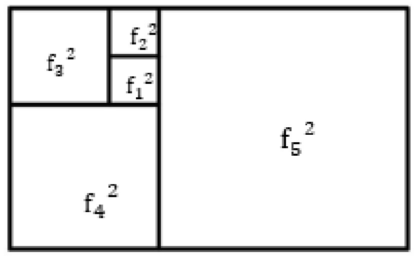
La suma de los cuadrados cuyos lados son valores de Fibonacci, es igual al área del rectángulo. De ahí, la ecuación que se muestra.



$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 = f_3 \times f_4$$

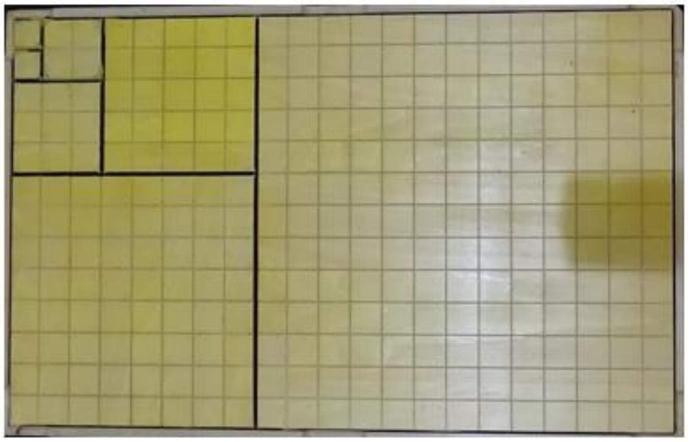


$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = f_4 \times f_5$$



$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 = f_5 \times f_6$$

E-3 La concha de Nautilo



¿Conoces los Nautilos? Son moluscos que se encuentran comúnmente en el fondo y en los arrecifes de los mares de Australia, Japón y Micronesia.

Al retirar el molusco, se revela una hermosa imagen en la forma de su concha, que puede ser recreada utilizando números de Fibonacci.

Aquí se muestra cómo.

Primero, ordena los cuadrados de la Fig.1 como se muestra en la Fig. 2.

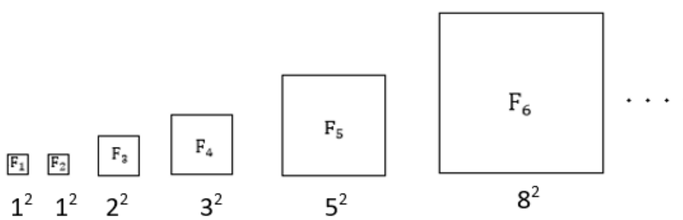


Fig. 1

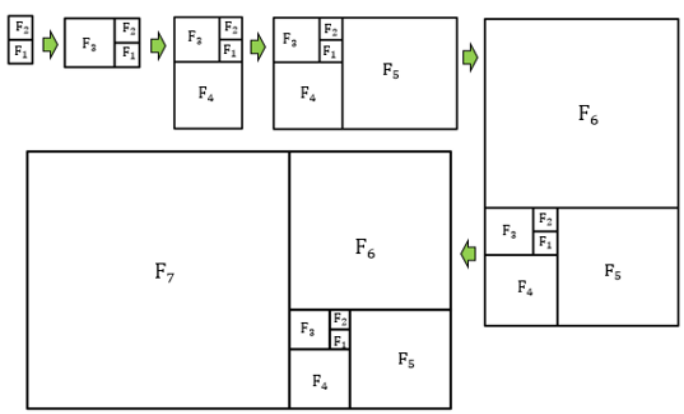


Fig. 2

A continuación, dibuja una espiral que conecte los puntos A, B, C, D, E, F y G como se muestra en la Fig. 3.

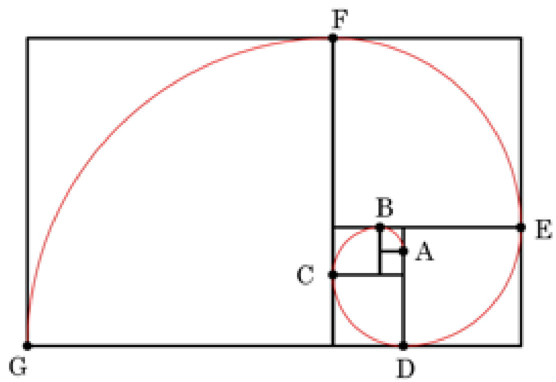


Fig. 3

Este tipo de espiral es común en la naturaleza (Fig. 4) -- un ejemplo perfecto es la concha del Nautilo.

Fig. 4

F: Secciones Cónicas

F-1 Secciones Cónicas

-- Curvas Cuadráticas --

Una **elipse** se define como el lugar donde todos los puntos en un plano, cuya suma de las distancias entre dos de estos (el foco) es igual a una constante.

Una **parábola** se define como el lugar de todos los puntos de un plano, para los cuales la distancia hacia un punto fijo (el foco) es igual a la distancia hacia una línea fija (la directriz).

Una **hipérbole** es el lugar de todos los puntos en un plano para los cuales el valor absoluto de la diferencia de las distancias entre dos puntos fijos (el foco), es una constante.

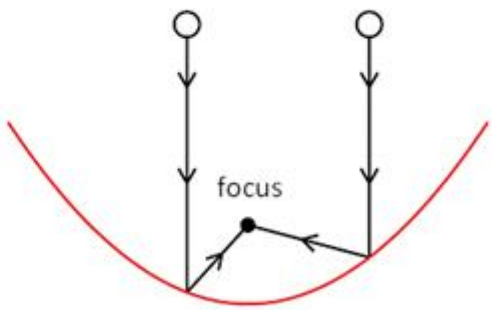
Estas curvas (llamadas *curvas cuadráticas*) son curvas transversales que se obtienen al cortar un cono circular recto con un plano, recibiendo el nombre de **secciones cónicas.** La ley de la gravitación universal y la ecuación fundamental del movimiento, establecida por Newton, describen que el movimiento de cuerpos celestiales delinea una sección cónica.

Este modelo ilustra varias curvas que surgen en la sección transversal cuando un cono circular recto es cortado por varios planos (que no pasan por el vértice del cono). Un círculo surge cuando el cono es cortado por un plano perpendicular al eje del cono. Cuando el plano se inclina ligeramente, surge una elipse. Si el plano que corta se pone en paralelo con las líneas que genera el cono, se obtiene una parábola; si el plano se inclina aún más, una hipérbola emerge como la sección transversal.

F-2 Aplicaciones de la Parábola

(a)

(b)



Una parábola es un conjunto de puntos que son equidistantes a un punto fijo llamado foco y a una línea fija llamada directriz. Cualquier rayo paralelo al eje de la parábola siempre será reflejado hacia el foco, una vez que impacte la parábola.

El artefacto que se muestra en la imagen (a) hace uso de esta propiedad. Las pelotas se disparan en dirección de la parábola y siempre se reflejan hacia el agujero, que está ubicado en el foco de la parábola.

El segundo aparato (b) es una antena parabólica que concentra luz/calor en su foco. En realidad, es interesante ver cómo una papa se cocina (colocada en el foco del aparato) con los rayos del sol. Otra actividad que se puede hacer en el aparato (b) es dejar caer pelotas de ping pong en su interior y observar cómo chocan entre sí, en el foco.

F-3 Aplicación del Elipsoide

-- Mesa de Billar Elíptica --

Una elipse es una sección cónica con dos focos, F1 y F2, para la cual cualquier punto P de la elipse, PF1 + PF2 = longitud del eje mayor.

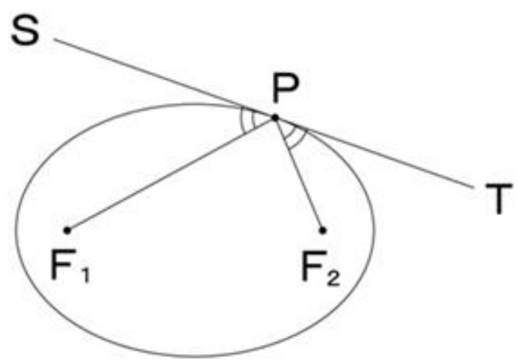


Fig. 1

Fig. 2

La propiedad de reflexión para una elipse establece que cuando un rayo parte desde uno de los focos y se encuentra con un punto dentro de la elipse, se refleja por fuera de la misma y pasa por el otro foco. Por lo tanto, el ángulo que forma con la tangente a ese punto P, es igual al ángulo entre el rayo reflejado y la tangente, como se muestra en la Fig.1.

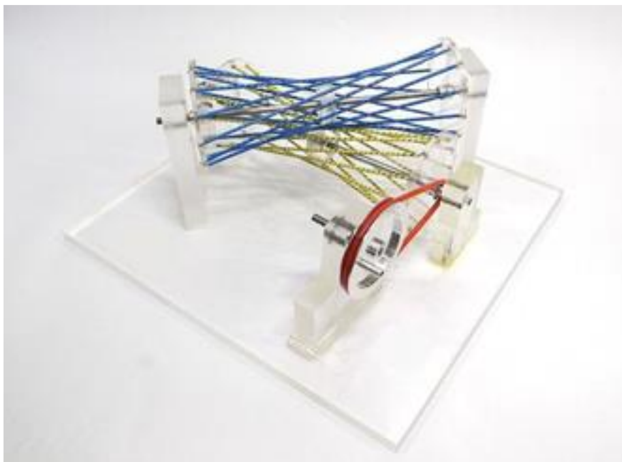
La mesa de billar elíptica (Fig.2) cumple esta propiedad de la elipse. Cuando una bola colocada en ambos focos es impactada por el palo, en cualquier dirección, rebota por el marco de la mesa y choca con la otra bola.

¿Cómo jugarías billar con tus amigos en una mesa como esta?

F-4 Una Aplicación del Hiperboloide

-- Mecanismo Diferencial --

Ciertos tipos de mecanismos, encontrados en vehículos y otras máquinas, se basan en hiperboloides. Un hiperboloide es una superficie generada al rotar una hipérbola sobre uno de sus ejes principales.



Este modelo ilustra cómo los mecanismos cambian la dirección del movimiento de un eje a otro. Aquí se muestran dos hiperboloides que son tangentes entre sí a lo largo de una línea. Cuando una de ellas rota sobre su eje, la otra es forzada a girar sobre su propio eje; esto crea un movimiento transformado en una dirección y otro movimiento en otra dirección.

Se puede crear un hiperboloide torciendo un cilindro con bandas elásticas (como se muestra en las imágenes de abajo).

G: Curvas

G-1 Tobogán Cicloidal

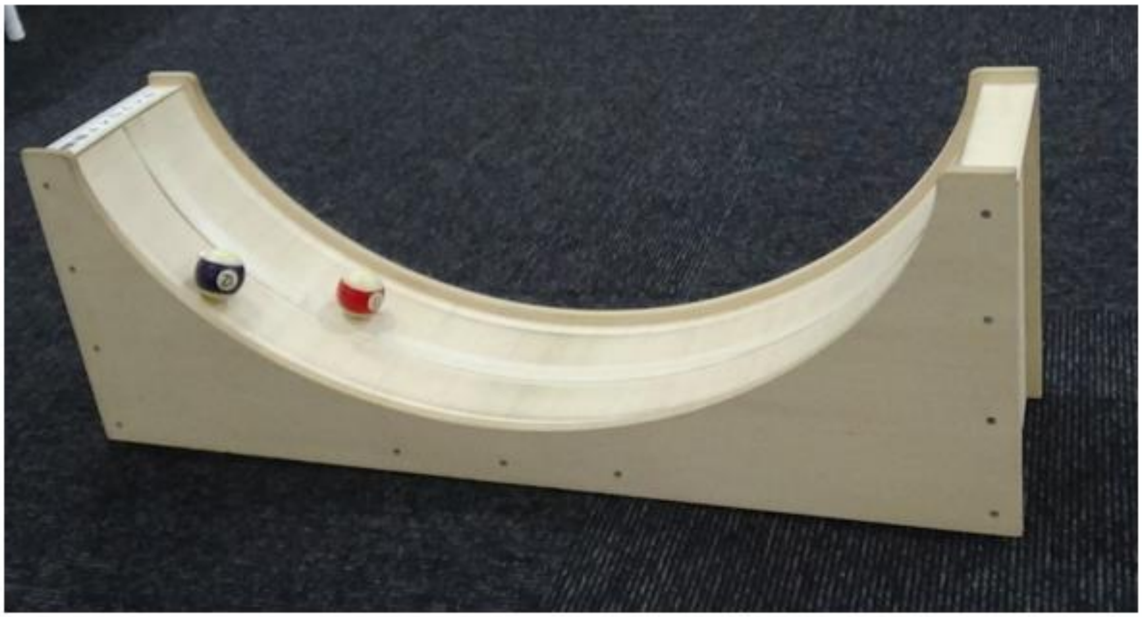
El modelo ilustrado en la imagen consiste de 4 toboganes: la línea recta, el arco circular, la cicloide y el arco elíptico (colocados de atrás hacia delante). Cuando las pelotas se deslicen por cada uno, soltadas desde el punto más alto, ¿cuál llegará al final en el menor tiempo? Obviamente, la distancia que tendrá que recorrer la pelota, es menor en el tobogán de línea recta. Sin embargo, ¿significa esto que es, la que más rápido llega al final del tobogán? El modelo de la imagen fue construido con base en la solución del llamado **"Problema del Braquistocrono".**

Problema del Braquistocrono: Encuentra el camino por el cual, una partícula puede viajar de un punto a otro que se encuentra más bajo en el espacio, tomando en cuenta la gravedad, en el menor tiempo posible.

Resulta que la solución a este problema no está dada ni por la línea recta, ni por el arco circular, sino por la porción de una curva llamada cicloide. Una **cicloide** es una curva trazada por un punto fijo en un círculo, cuando un círculo rueda sin resbalar por una línea recta (ver la imagen a la derecha). El **tobogán cicloidal** mostrado en el modelo, también posee una propiedad llamada **tautócrona.** Ésta indica que el tiempo que le toma a la pelota llegar al final, es el mismo independientemente del punto donde se suelte.

G-2 Propiedad Tautócrona

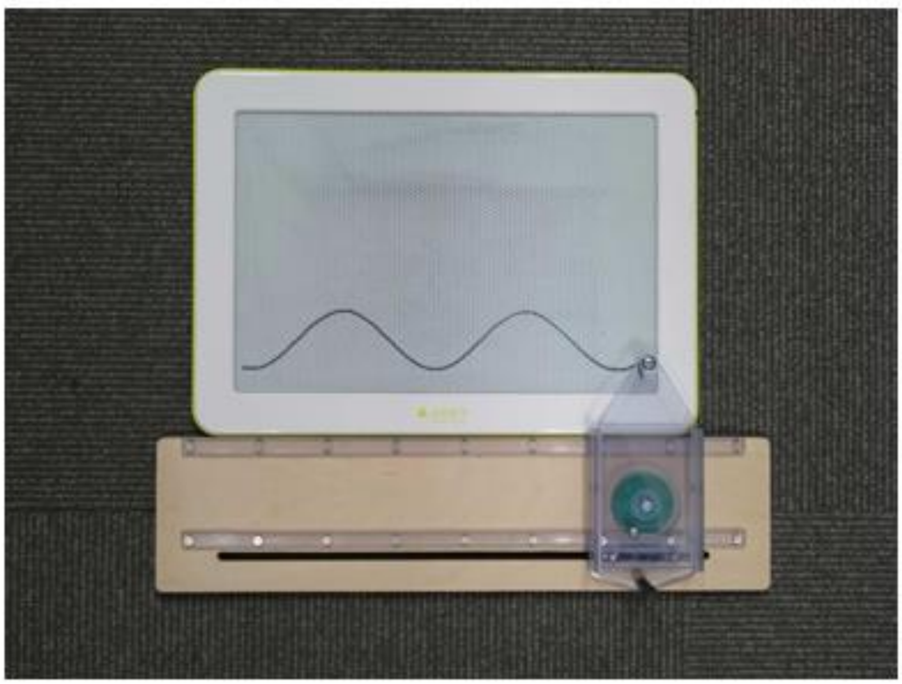
Este modelo es una **curva cicloide.**



Si se coloca una pelota en cualquier punto excepto en el más bajo de la curva cicloide, la misma rodará de arriba hacia abajo repetitivamente. La pelota se detendrá únicamente cuando pierda energía, parándose así en el punto más bajo de la curva. El ciclo de tiempo requerido para que la pelota de un viaje de ida y vuelta es constante e independiente de la amplitud desde donde esta se suelte. Esta característica de la curva cicloide se llama **tautócrona.**

G-3 Marcador de curvas sinusoides

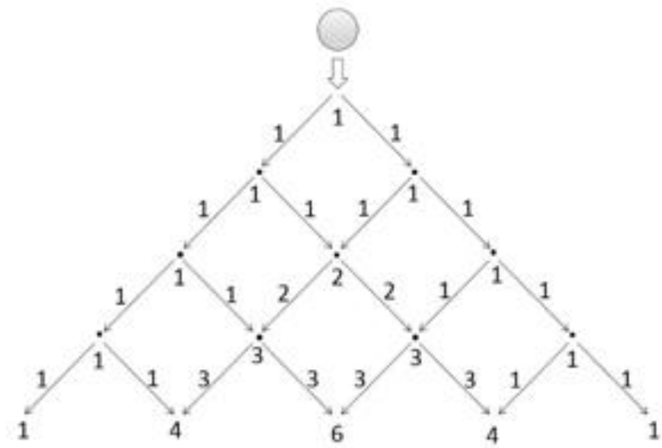
Al grabar sonidos o corrientes eléctricas alternantes, se aprecian curvas onduladas en la pantalla de un osciloscopio. Estos arcos de curva son llamados **curvas sinusoidales** y son parte de la vida diaria (ondas de sonido, carreteras, marea del océano, etc.). En la imagen, se muestra el **Marcador de Curva Sinusoidal**; es un aparato que traza curvas sinusoidales manualmente.



Consiste en un disco que puede ser rotado y una tabla deslizante que se mueve horizontalmente bajo el disco. El movimiento sincronizado del disco y la tabla produce curvas sinusoidales sobre el tablero.

H: Probabilidad y Estadísticas

H-1 La Máquina de Pinball



Pachinko es una especie de juego mecánico originario de Japón.

También se le llama el Pinball Japonés.

La máquina similar a Pachinko (que se muestra en la imagen de arriba) consiste de tres partes:

(1) Un depósito en uno de los bordes, para contener pelotas.

(2) Alfileres colocados en intervalos iguales, sobre líneas horizontales, en dirección al borde opuesto del tablero, como se muestra en la Fig. 1; y

(3) Compartimentos verticales en el lado opuesto de la mesa.

Para que funcione, la puerta que contiene las pelotas es levantada; en este momento las pelotas empiezan a rodar hacia abajo. Los alfileres se posicionan en ángulos específicos para que cada pelota tenga la oportunidad de caer tanto hacia la derecha como hacia la izquierda. El aparato muestra efectivamente varias distribuciones de probabilidad:

Para la distribución binomial, abre las puertas y deja que las pelotas rueden libremente. Estas caerán en los compartimentos creando una configuración unimodal (ver (a)). ¿Cómo ocurre esto?

Considera la configuración triangular de alfileres cuya cima se encuentra justo debajo de las puertas del compartimento (Fig.1). Hay tan solo un camino hacia la cima. Luego de que la pelota rebota de la cima, tiene el mismo chance de caer a la derecha que a la izquierda de la misma. Esto es, la probabilidad en proporción es de 1:1. Por lo tanto, la probabilidad de caer a la izquierda de ambos alfileres inferiores, entre ellos, o la derecha de ambos, viene dada por la proporción 1:2:1. Siguiendo el mismo proceso, la probabilidad de que la pelota pase por el medio de dos alfileres consecutivamente, o a la izquierda o a la derecha de la fila completa, se muestra en la proporción (Fig.1).

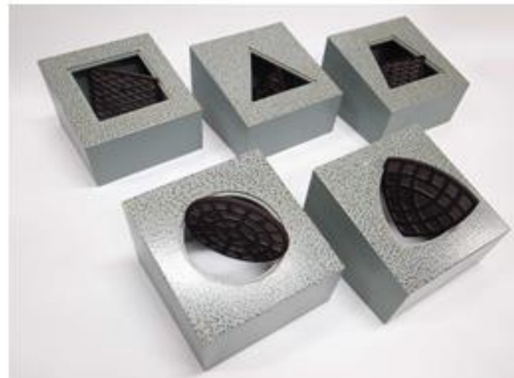
(a) (b) (c)

Otras distribuciones, tales como la distribución geométrica, distribución de Poisson, distribución hipergeométrica y distribución normal compuesta, pueden obtenerse al poner barras o figuras triangulares sobre los alfileres en la mesa. La distribución geométrica se aprecia en la imagen (b), mientras que la distribución normal compuesta se observa en la imagen (c).

I: Figuras de Ancho Constante

I-1 ¿Por Qué la Tapa del Alcantarillado es Redonda?

(a)



(b)

La tapa del alcantarillado, como su nombre lo explica, es la tapa de los pozos que hay por las calles. No puede ser cuadrada porque colocada a cierto ángulo, cae por el pozo (b). Esto es, porque la diagonal de un cuadrado es mayor que cualquiera de sus lados. Por otra parte, una tapa redonda nunca caerá por la alcantarilla, ya que un círculo tiene un ancho constante. Es decir, la distancia entre dos líneas paralelas cualesquiera, tangentes al círculo, es constante.

Otras figuras con ancho constante pueden ser usadas como tapas de alcantarillados. Una de estas es el triángulo de Reuleaux (la tapa que se muestra en la parte inferior derecha en (a) y en (b)). Para dibujar un triángulo de Reuleaux, empieza dibujando un triángulo equilátero. Después, usando un vértice y un borde, como centro y radio respectivamente, dibuja un arco con 60 grados medidos desde el borde. Repite el proceso con cada vértice. Existe una cantidad infinita de figuras con ancho constante, entre estas está también el pentágono de Reuleaux, el heptágono de Reuleaux, y así (Fig. 1).

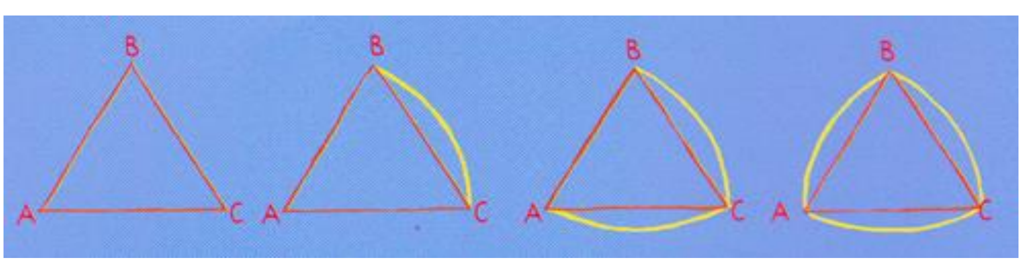
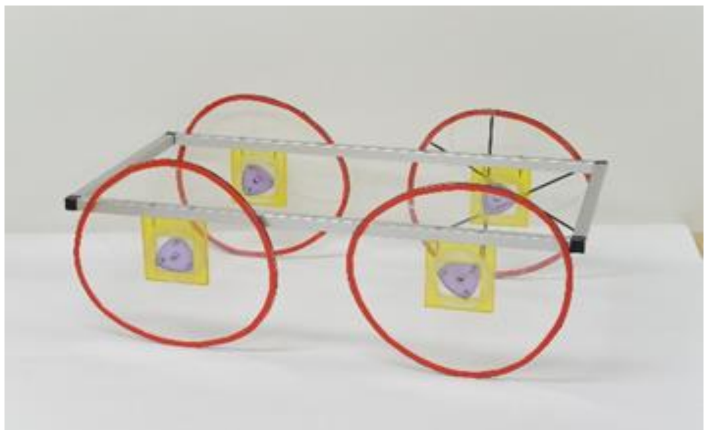


Figura 1

I-2 Vehículo de Ruedas Torcidas

Este modelo es un vehículo con ruedas de ancho constante. Aunque las ruedas están torcidas (no son exactamente círculos), el vehículo funciona sin tambalearse. ¿Cómo podemos crear tal rueda?



La Figura 1 ilustra un procedimiento general para construir una figura con ancho constante. Empiece con un triángulo cualquiera ***ABC***. Las longitudes de los lados opuestos A, B, C son *a, b, c* respectivamente. Dibuja arcos α_1 y α_2, usando A como el centro y radios ***k-a*** y ***k-b-c,*** respectivamente. Después traza dos arcos β_1 y β_2, usando β como centro y radios ***k-c-a*** *y* ***k-b***, respectivamente.

Finalmente, traza dos arcos γ_1y γ_2 usando *C* como el centro y radios ***k-c*** *y* ***k-a-b***, respectivamente; donde k es un valor arbitrario pero ***k > a + b, b + c, a + c.***

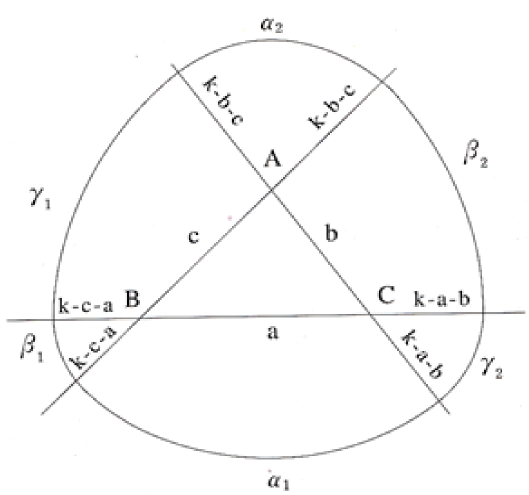


Figura 1

I-3 Taladro Universal

-- Taladro Triangular, Cuadrado y Hexagonal --

Los taladros son usados por carpinteros para crear agujeros en las paredes. Un taladro rota hacia adentro, generalmente creando una figura circular. En la imagen se aprecia un taladro especial, que puede taladrar un triángulo, un cuadrado y un hexágono, en vez del tradicional círculo.

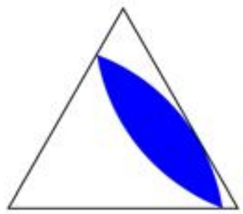


Fig. 1

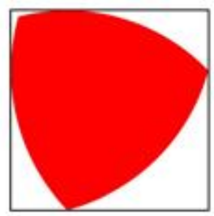


Fig. 2

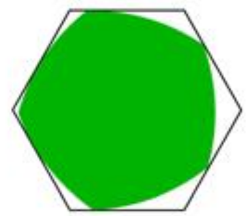


Fig. 3

Las Cuchillas Especiales y su Funcionamiento

(1) Taladro Triangular

La forma de la cuchilla se asemeja a un lente que gira, tocando cada borde del triángulo equilátero que genera (Fig.1).

(2) Taladro Cuadrado

Las cuchillas siguen un modelo del triángulo de Reuleaux. Un eje flexible permite que las cuchillas roten dentro de un espacio confinado por la circunferencia de un cuadrado, resultando en un agujero cuadrado (Fig.2).

(3) Taladro Hexagonal

Las cuchillas de este taladro siguen un modelo de pentágono de Reuleaux. Al igual que en el taladro cuadrado, el eje es flexible. Las cuchillas rotan dentro de un espacio confinado por la circunferencia de un hexágono, produciendo un agujero hexagonal (Fig.3).

I-4 Motor Rotativo

Este es un modelo miniatura del motor de combustión rotativo de los vehículos.

El motor tiene la forma de un triángulo de Reuleaux.

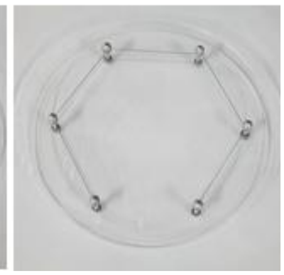
La forma de la cápsula tiene base en una **curva epitrocoide**, que resulta al trazar el punto medio del radio de un círculo, conforme este se mueve sobre la circunferencia de otro círculo con el doble de su diámetro.

Esta es una pieza crucial para vehículos, ya que este tipo de motores tienen menor eficiencia termal que los motores de pistones convencionales. Por lo tanto, podemos encontrarlos en algunos vehículos deportivos con mucha potencia.

J: Geometría Discreta

J-1 Redes Mínimas Usando películas de Jabón



Al establecer redes de comunicación, es crucial determinar la longitud más corta del cable que conecta ***n*** puntos dados. Este problema se conoce como el **Problema de Steiner**, en honor al matemático suizo que lo estudió.

Un caso simple del problema, es cuando hay tan solo tres puntos a conectar, y estos se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero, con longitud de lado igual a 1. Muchos piensan que la solución está dada por ambos lados del triángulo. Sin embargo, la solución correcta introduce un cuarto punto P, localizado en el centro de gravedad, conectado a los 3 vértices. La longitud resultante es $\sqrt{3}$ unidades. Ese punto P se llama **punto de Steiner**. Posee propiedades especiales, tales como: siempre hay 3 líneas que coinciden en P y forman un ángulo de 120 grados entre ellas.

El modelo mostrado más arriba, demuestra la posición de punto de Steiner en los casos con 3, 4, 5 y 6 puntos, localizados en los vértices de un triángulo equilátero, un cuadrado, un pentágono y un hexágono, respectivamente.

Estos modelos se sumergen en una solución de jabón. Se forman capas de jabón entre cada uno de los discos. La tensión superficial actúa de forma que la capa de jabón minimiza el área del disco. Por consiguiente, las ubicaciones de los puntos de Steiner emergen con el área mínima. Las redes mínimas asociadas se muestran en la imagen superior. Nota que la red mínima para un hexágono regular no tiene puntos de Steiner. ¿Por qué?

J-2 Empacando Círculos en una Caja

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Hay 40 latas cilíndricas dentro de la caja (Fig.1). Parece que está ocupada en toda su capacidad, ¿cierto? ¿Existe alguna forma de empacar una lata más dentro de la caja?

Si eres observador por costumbre, probablemente tengas una idea de cómo lograr esto. Un buen ejemplo es una caja de cigarrillos. Usualmente trae 20 cigarrillos, empacados en 3 filas (Fig.2). Sin embargo, 20 no es divisible entre 3. Esto significa que las filas están compuestas por 7-6-7 cigarrillos. Estos se empacan de manera muy eficiente; lo que nos puede dar una pista para resolver el problema de las latas.

He aquí donde yace la información crucial. La manera más densa de empacar círculos es que uno toque otros 6. En la Figura 1, un círculo toca como máximo a otros 4; siendo esta la manera menos eficiente de empacarlos. Si se mueven las latas y se crean nuevas filas, se puede agregar otra lata… ¡voila! Todas cupieron.

En la Figura 3, se muestra como las 41 latas caben dentro de la caja.

J-3 Empacando Monedas dentro de un Marco Fino

Figura 1

Figura 2

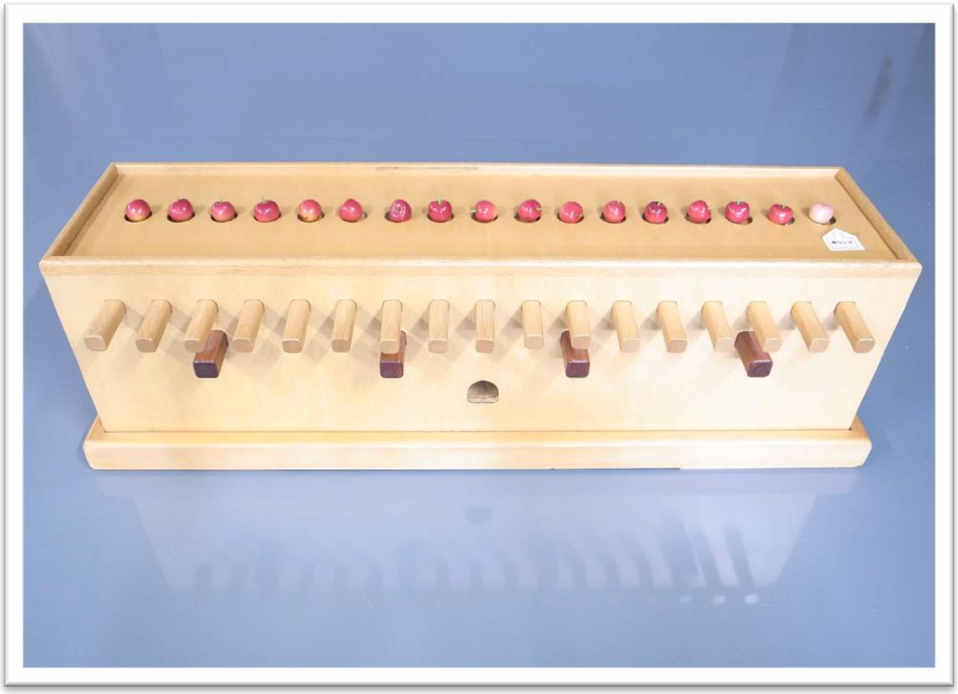
¿Cuántos círculos con diámetro de 1 unidad se pueden empacar dentro de una tira rectangular con dimensiones 2 x 1000?

Si se empacan como en la Figura 1, solo (2 x 1000) = 2000 entrarán. Sin embargo, si se empacan como en la Fig.2, un total de 2011 círculos cabrían

¿Se te ocurre alguna otra forma de aplicar este problema?

K: Juegos y rompecabezas

K-1 Juego de la Manzana Venenosa



Este es un dispositivo para un juego que tiene una estrategia ganadora basada en residuos de enteros jugados con manzanas.

Hay 17 manzanas en el dispositivo y se supone que la manzana situada más a la derecha es venenosa. Dos jugadores (tú y el "dispositivo") se turnan para quitar las manzanas a partir de la que está más a la izquierda. Un jugador puede eliminar hasta 3 manzanas en cada movimiento. Los jugadores se turnan. El jugador que quita la manzana venenosa pierde. El jugador inicial siempre pierde este juego en el dispositivo.

El dispositivo elimina manzanas para que 4k + 1 manzanas permanezcan en cada etapa, es decir, si el jugador inicial quitó una manzana, entonces el dispositivo elimina tres; si el jugador inicial quitó dos, entonces el dispositivo elimina dos; y si el jugador inicial quitó tres, entonces el dispositivo elimina uno.

K-2 Juego del pétalo de la flor

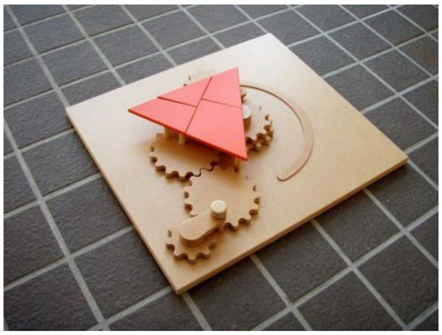
Este juego involucra una flor y la línea de simetría. Se juega entre dos jugadores que alternativamente se turnan para elegir uno o dos pétalos adyacentes de una flor. El jugador que toma los últimos uno o dos pétalos adyacentes gana el juego.

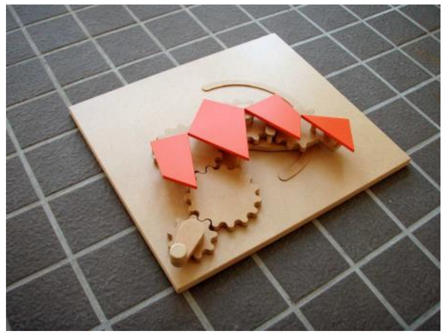
Estrategia

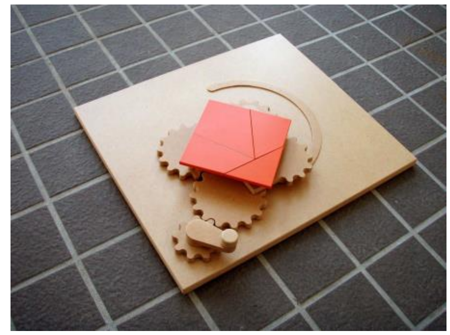
Este juego tiene la estrategia ganadora para el segundo jugador del juego. El objetivo de la estrategia reside en la simetría axial de los pétalos de la flor y el arte de imitar. No importa cuántos pétalos tome el primer jugador al comienzo del juego, el segundo jugador debe tomar lo suficiente del otro lado de la línea de simetría (definida por el movimiento del primer jugador) para dejar ambos grupos con el mismo número de pétalos a cada lado de la línea de simetría axial. Al hacerlo, el segundo jugador puede siempre copiar el movimiento del primer jugador y ¡ganar!

Ten en cuenta que hay dos casos (por ejemplo, número impar de pétalos e incluso número de pétalos) que debes considerar aquí. En ambos casos, el segundo jugador debe asegurarse de que haya dos grupos de pétalos igualmente numerados que se colocan de forma que sean imágenes reflexivas entre sí con respecto al eje después del segundo movimiento. Por ejemplo, si hay 7 pétalos y el primer jugador tomó uno, el segundo jugador debería tomar dos del lado opuesto de la línea de simetría para crear dos grupos de dos pétalos que satisfagan las condiciones anteriores (caso de pétalos impares). Si hay 10 pétalos y el primer jugador tomó 2, el segundo jugador también tiene que tomar 2 para crear dos grupos de 3 pétalos que cumplan las condiciones anteriores y ganar el juego.

K-3 El rompecabezas de Dudeney Haberdasher





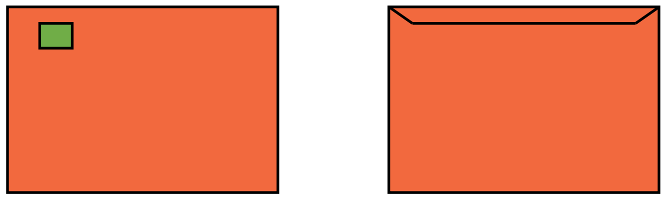


Henry E. Dudeney introdujo un problema con respecto a un triángulo y un cuadrado en su libro, "Los acertijos de Canterbury y otros problemas curiosos". El problema consiste en dividir un triángulo equilátero en partes que pueden volverse a ensamblar, sin girar las piezas, para formar un cuadrado. Este modelo de madera con engranajes se hizo aplicando esa idea.

¿Sabes cómo se hizo la partición? ¡Examínalo de nuevo!

L: Figuras Transformables

L-1 Langosta a pez ángel



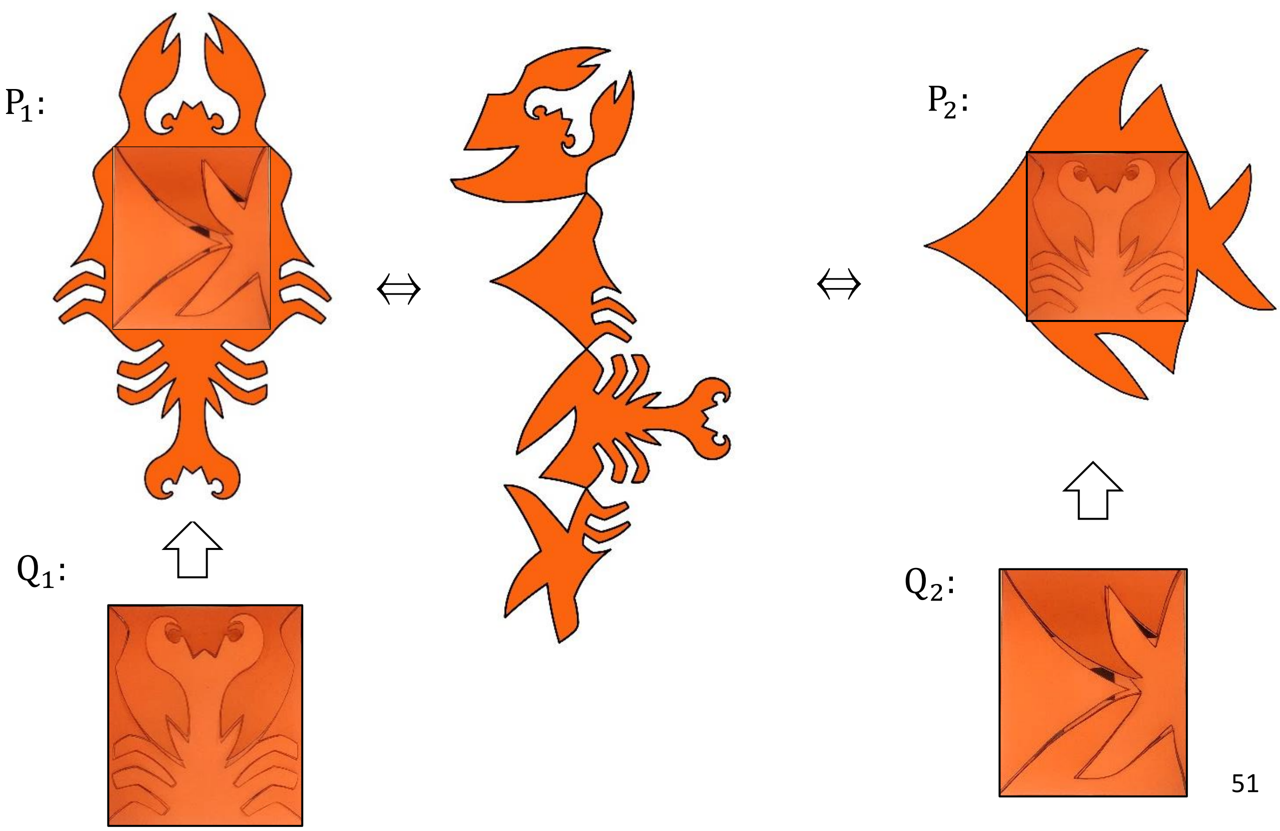
Lado dirección Lado solapa

Nota que un sobre tiene un lado de dirección y un lado solapa.

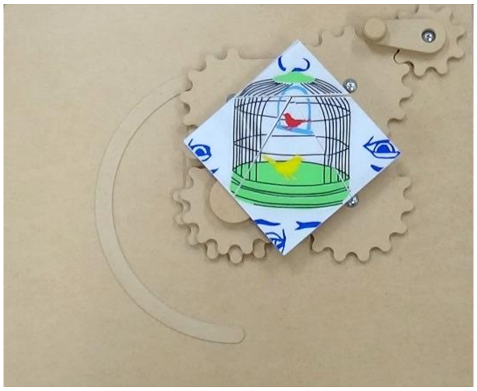
Prepara dos sobres sellados. En el lado de la solapa de cada sobre, dibuja un árbol de corte que abarque las cuatro esquinas del sobre (vea Q_1, Q_2).

P_1 y P_2 son dos figuras obtenidas al voltearlas después de cortar solo los lados de la solapa de los sobres a lo largo de cada árbol de corte. Implanta Q_2 (, Q_1) en el lado de la dirección de P_1 (, P_2). Luego corta P_1 en cuatro pedazos a lo largo del árbol de corte de Q_2 y dóblalos en las esquinas apropiadas.

Este modelo ilustra el caso cuando P1, P2 tiene una langosta y un pez ángel, respectivamente.



L-2 Otros pares de figuras transformables con engranajes



De un rey a un pájaro en una jaula

De un rinoceronte a un león

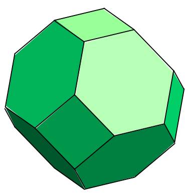
De un pez carpa a un estanque de Loto

Aquí hay otros juguetes matemáticos de figuras transformables.

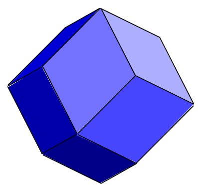
Estos están unidos a engranajes para facilitar la transformación rotando la palanca.

M: Poliedros

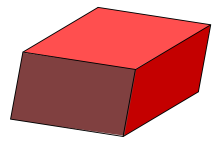
M-1 Cinco tipos de paralelo-poliedros



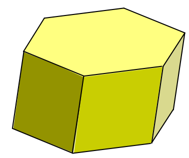
Octaedro Truncado



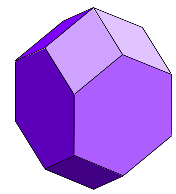
Dodecaedro Rómbico



Paralelepípedo



Cilindro Hexagonal



Dodecaedro rómbico alargado

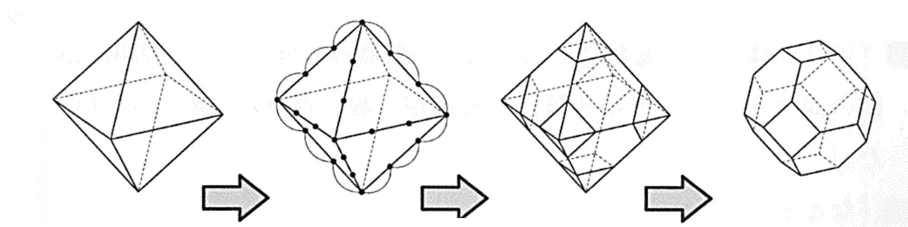


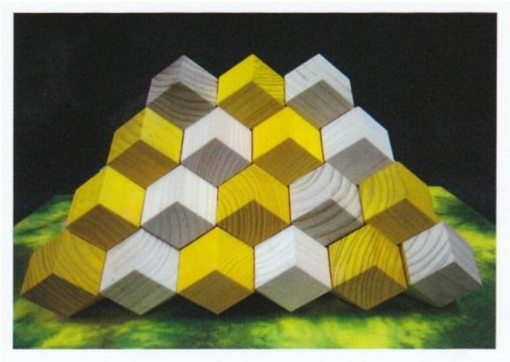
Figura 1

Un octaedro truncado está hecho de un octaedro regular truncando pirámides alrededor de sus vértices (Figura 1). Esta es una forma muy importante porque aparece a menudo en la naturaleza. Si deseas ver esta forma, ve a la cocina y lávate las manos con jabón. Observando cuidadosamente, puedes ver que algunas de las burbujas de jabón son octaedros truncados. En otras palabras, las burbujas tienen 6 caras cuadradas y 8 caras hexagonales regulares. Eso es un total de 14 caras.

Esta forma es única e interesante porque las copias de ella pueden ocupar espacio solo por traducción. Los llamamos "paraleloedro".

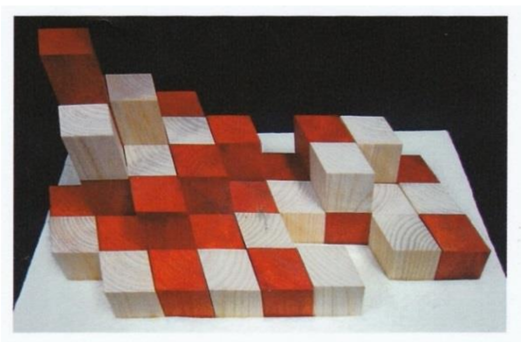
Hay otros cuatro paraleloedros: rombododecaedro romboidal, paralelepípedo, cilindro hexagonal y rombododecaedro rómbico alargado.

M-2 Cinco tipos de paralelo-poliedros

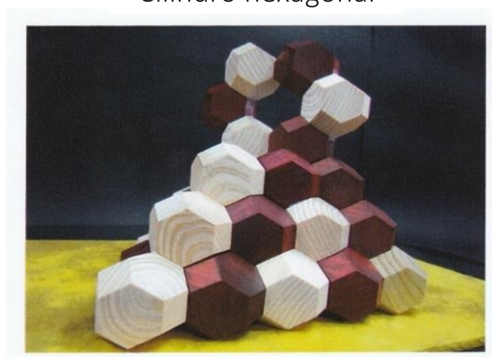


Dodecaedro rombal

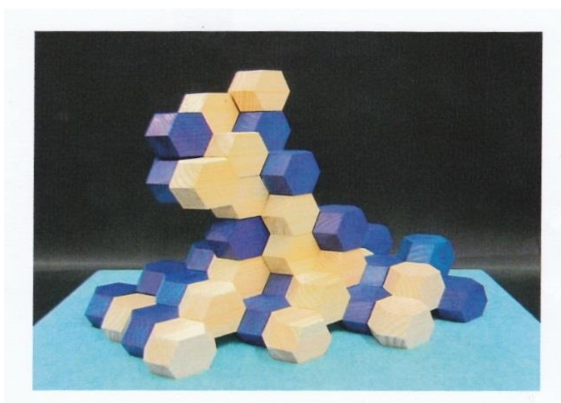
Cilindro hexagonal



Paralelopípedo



Octaedro Truncado



Dodecaedro rómbico alargado

Mira las imágenes de arriba. Son teselaciones 3D.

Las copias de cada uno de los paralelohoheed pueden teselar el espacio solo por traducción paralela. Este hecho fue descubierto por primera vez por el cristalógrafo ruso, Fedorov, en 1981.

¿No son agradables a los ojos?

M-3 Pentadrón

Aquí hay otro juguete matemático para ti.

Un pentadrón es un poliedro convexo con cinco caras. Hay pentadrones masculinos y femeninos. Son imágenes especulares el uno del otro. La Figura 1 ilustra sus redes.

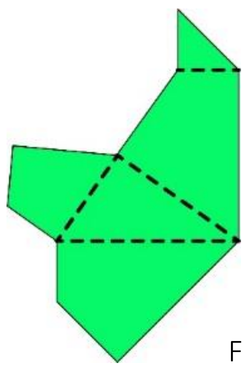
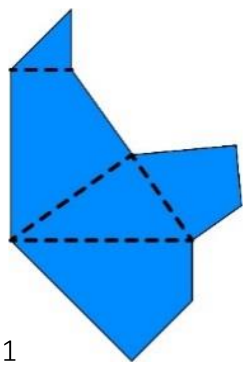
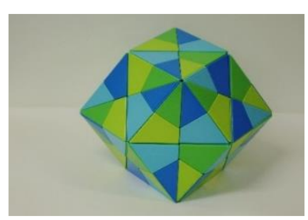
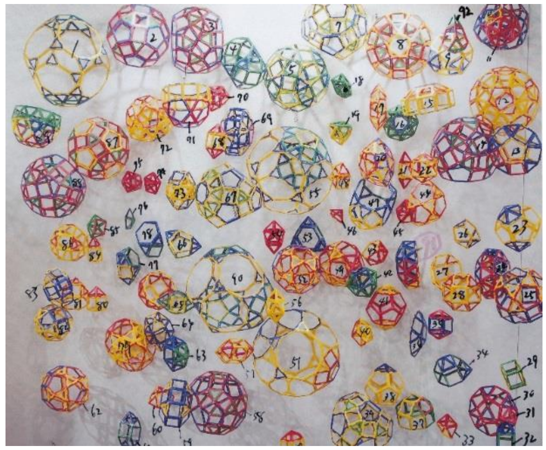
 

Figura 1

Cada una de los cinco paraleloedros se puede construir pegando las caras congruentes y correspondientes de los pentaedros. Mira los resultados a continuación. No es fácil al principio, pero espero que estés listo para este desafío de rompecabezas.

M-4 Hacer Poliedros con Polidrones



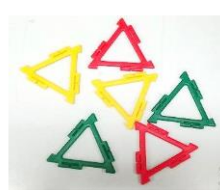
Un **sólido platónico** es un poliedro convexo regular construido por caras poligonales regulares congruentes con el mismo número de caras que se encuentran en cada vértice. Hay exactamente cinco de tales sólidos: el cubo, el dodecaedro, el icosaedro, el octaedro y el tetraedro.

Los **sólidos de Arquímedes** son poliedros convexos que tienen una disposición similar a los polígonos convexos regulares no-intersectores de dos o más tipos diferentes sobre cada vértice con todos los lados de la misma longitud.

Los **sólidos de Johnson** son los poliedros convexos con caras poligonales regulares, pero que no son uniformes a diferencia de los sólidos platónicos, los sólidos arquimedianos y las dos familias infinitas de prismas y antiprismos. Hay 28 simples (es decir, no pueden diseccionarse en otros dos poliedros de caras regulares por un plano) poliedros de caras regulares además del prisma y antiprismas (Zalgaller 1969), y Johnson (1966) propuso y Zalgaller (1969) probó que existen exactamente 92 sólidos Johnson en total. Mira los 92 de ellos arriba.

Un **polidrón** es un marco de plástico de un polígono regular que se puede conectar para hacer un poliedro. Puedes construir todos los sólidos de Johnson usando polidrones. ¡Pruébalo!



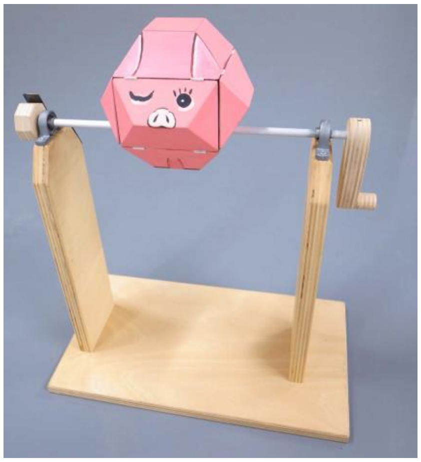




M-5 Sólidos de Arquímedes y Otros

Los sólidos de Arquímedes son poliedros convexos los cuales tienen una disposición similar de no intersección en un plano regular convexo de polígonos de dos o más tipos diferentes sobre cada vértice con todos los lados con la misma longitud. Los sólidos de Arquímedes se distinguen por las prismas, antiprismas y girobicúpula cuadrada elongada por su grupo simétrico: los sólidos de Arquímedes tienen una simetría esférica, mientras que los otros tienen una simetría “diedral”. En ocasiones, a los sólidos de Arquímedes se les refieren como poliedros semiregulares.

N: Sólidos Transformables

N-1 Un Cerdo a un Jamón



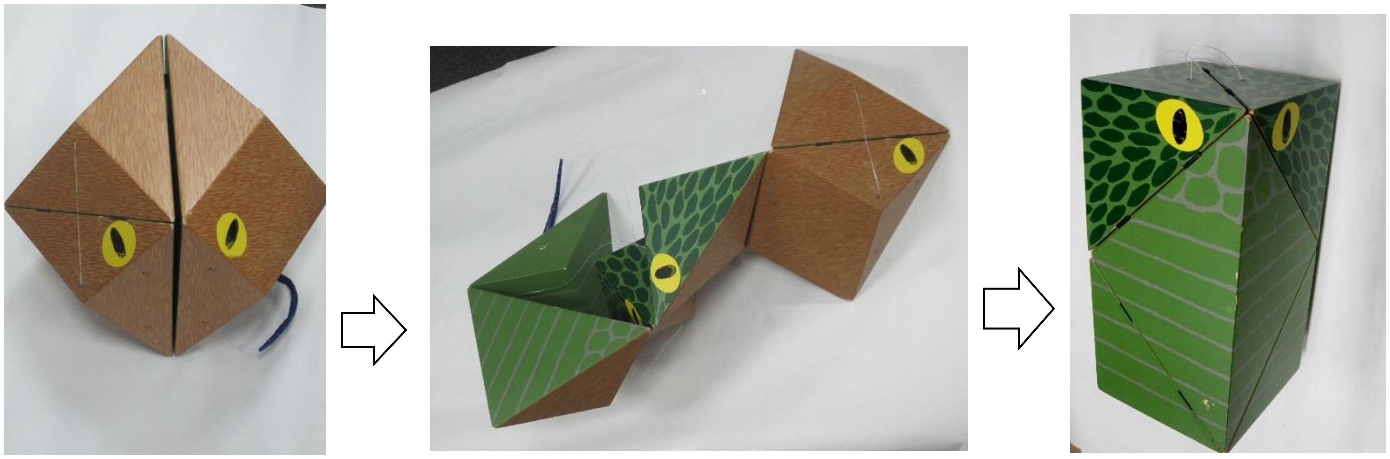
En este modelo, un cerdo está en la barra. Gira la barra, y el cerdo se convierte en un jamón.

Las formas de un cerdo y un jamón son un octaedro truncado y un cuboide, respectivamente.

El modelo es un ejemplo de pares de sólidos transformables.

Hay muchos otros pares de sólidos transformables.

N-2 Un Zorro a una Serpiente



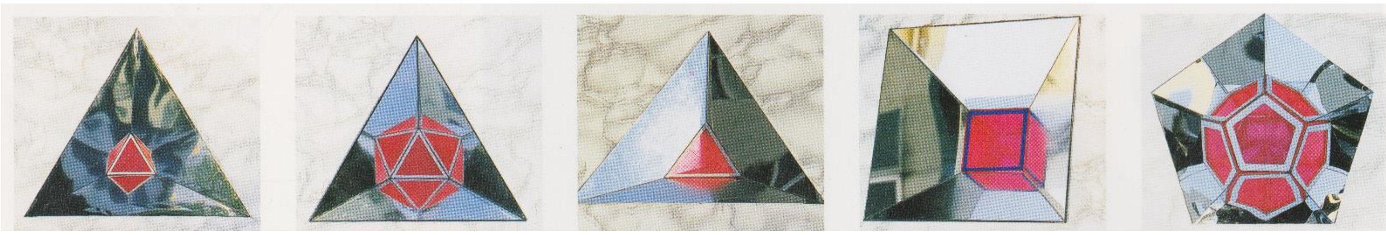
Aquí hay otro par de sólidos transformables: un dodecaedro rómbico y una caja.

Se dibuja un zorro en la superficie de un rombododecaedro rómbico. Al tirar de la cola del zorro, se convierte en una caja en la que se dibuja una serpiente verde en su superficie.

Uno puede pensar en esta transformación de una serpiente que divulga el zorro.

O: Caleidoscopio y sus Extensiones

O-1 Los sólidos platónicos a través de espejos reflexivos

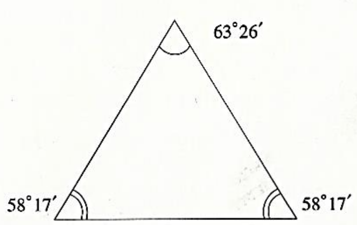


(a) (b) (c) (d) (e)

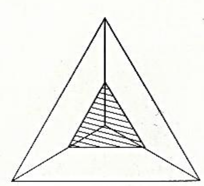
El principio que opera en un caleidoscopio se puede extender para crear imágenes fascinantes usando unos pocos pedazos de plástico y algunos espejos reflexivos. Por ejemplo, las imágenes de los cinco sólidos platónicos (cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) se pueden obtener de esta manera.

Nos referimos a la disposición de los espejos en cada modelo como el cono del espejo. Para crear la imagen de un icosaedro (b), se usa un cono de espejo que consta de tres triángulos isósceles con las dimensiones que se muestran en (1). Un triángulo equilátero plástico se establece dentro del cono (2). Entonces, se puede ver el icosaedro mirando al cono del espejo (b).

Las imágenes de los otros sólidos platónicos se pueden obtener utilizando los conos de espejo especificados en la tabla a continuación y el mismo proceso descrito anteriormente. Una cara del poliedro deseado se encuentra dentro del cono del espejo.



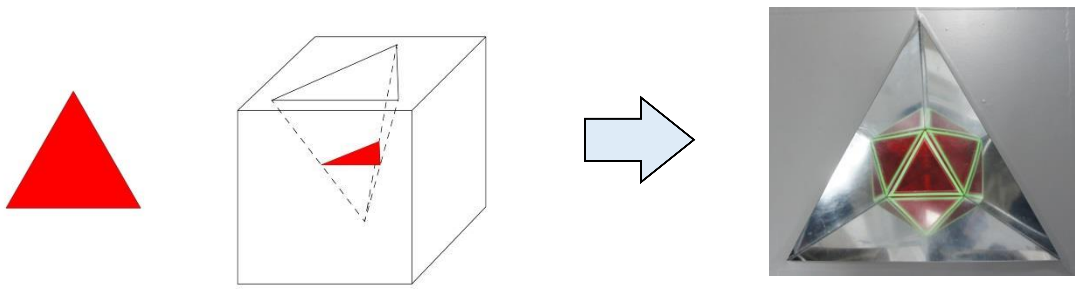
(1)



(2)

Solid	Mirror Cone	Dimensions of the Triangular mirrors
Cube (d)	Quadrangular	70°32' 54°44' 54°44'
Tetrahedron (c)	Triangular	109°28' 35°16' 35°16'
Octahedron (a)	Triangular	90° 45° 45°
Dodecahedron (e)	Pentagonal	41°48' 69°06' 69°06'

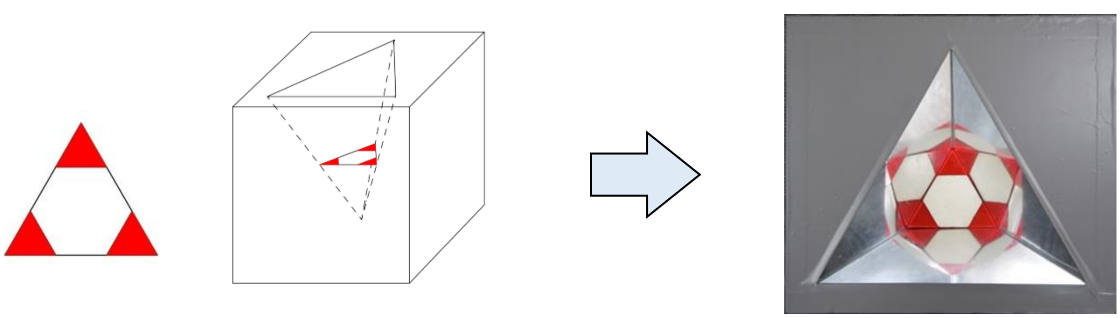
O-2 Bola mágica de fútbol



Aquí hay un triángulo regular acrílico. Dado este triángulo y un conjunto de espejos, crearé una pelota de fútbol para ti. ¿Cómo?

En la imagen de arriba, utilicé tres espejos triangulares para hacer un cono triangular. Si coloco el triángulo acrílico dentro, ¿qué puedes ver?

Puedes ver un icosaedro tridimensional. Para convertir esto en una pelota de fútbol, sombrearé las esquinas del triángulo y crearé un hexágono. Poniéndolo de nuevo en el espejo triangular, ¡verías una pelota de fútbol!



P: Matemáticas y Arte

P-1 Red de mosaicos a partir de un tetraedro regular

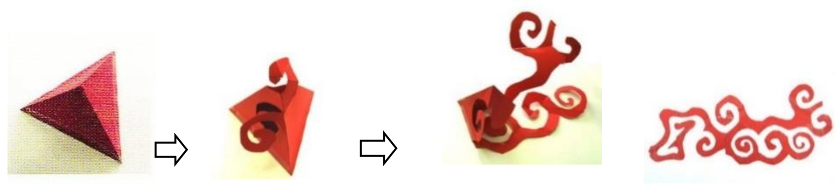
¿Has oído hablar del artista Escher? Creó obras maestras de teselación que son famosas en todo el mundo. También puedes hacerlo por ti mismo.

Puedes hacer un azulejo similar al de Escher cortando la superficie de un tetraedro regular de la forma que quieras, ¡siempre que la figura resultante sea una red de una sola pieza!

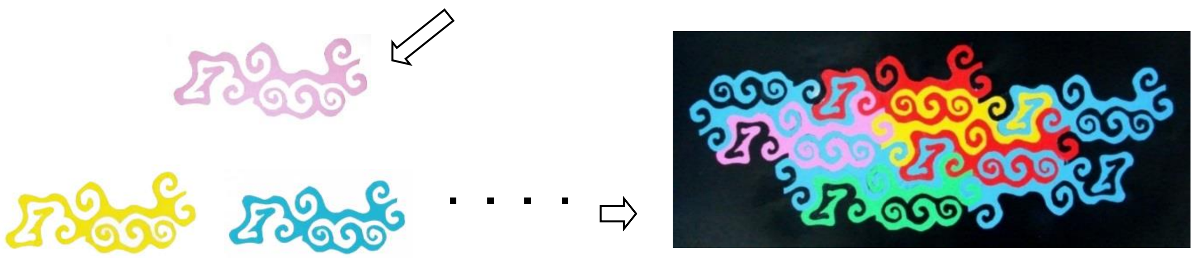
El procedimiento se ilustra de la siguiente manera:

(1) Corta la superficie de un tetraedro de papel de la manera que quieras.

(2) Asegúrate de cortar cada vértice del tetraedro solo una vez.



El resultado es una red N.



(3) Haz muchas copias de N.

Haz mosaicos con copias de N.

¿Pudiste hacerlo? Eso espero. Ahora, crea más de tus propios diseños y sigue los pasos del artista Escher.

Q: Rompecabezas y Juegos Matemáticos

Q-1 20 Rompecabezas y Juegos Interesantes

Árbol Fibonacci

Cubo fácil

Sólidos 3D 4 ojos

Aunque a los niños no les guste estudiar matemáticas, puede gustarles jugar con rompecabezas y otros juegos con sus amigos.

Generalmente se requiere de un profundo pensamiento matemático para encontrar una estrategia ganadora en los juegos y encontrar soluciones en los rompecabezas.

Vamos a permitirles a los niños jugar con rompecabezas y juegos para fomentar su habilidad matemática.